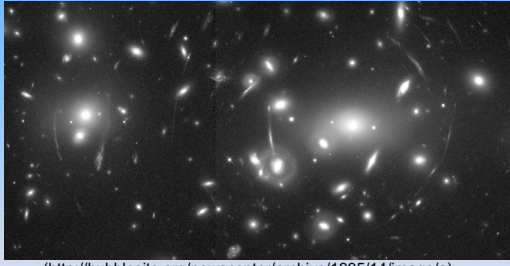


重力レンズ効果入門

放送大学: 専門科目「自然の理解」



(<http://hubblesite.org/newscenter/archive/1995/14/image/a>)

吉田 宏

yoshidah@fmu.ac.jp

福島県立医科大学 物理学講座

2003/8/6

重力レンズ効果入門[I . 序論]

1

授業予定

1. 序論 光が曲がる?
2. 基礎物理 ニュートン力学と特殊相対性理論
3. 一般相対性理論
4. 宇宙の階層構造
5. 宇宙論入門
6. 重力レンズ効果って何だろう?
7. 主な観測例と応用

2003/8/6

重力レンズ効果入門[I . 序論]

2

1. 光が曲がる?

ニュートン (1701) 光は曲がらない! 直進する!

キャンベディッシュ (1783)

ラプラス (1796)

ソルドナー (1801) 光は重力で曲がりうる

ニュートンの重力理論から

$$\Delta\phi_N = \frac{2GM_\odot}{c^2 R_\odot} = 0.85'' \quad \text{当時の観測精度では測定不可}$$

(1''=1秒は1cmのものを2km離れてみたときの角度)

2003/8/6

重力レンズ効果入門[I . 序論]

3

相対論

アインシュタイン

特殊相対性理論(1905)

「相対性原理」+「光速不変の原理」

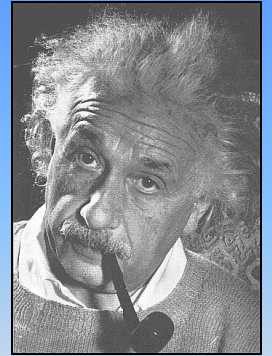
「物理法則はどのような慣性系でも同じ形をしている」

一般相対性理論(1915)

特殊相対性理論

等価原理 「慣性質量」=「重力質量」

「物理法則はどのような座標系でも同じ形をしている」



2003/8/6

重力レンズ効果入門[I . 序論]

4

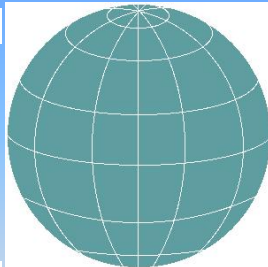
空間が曲がる?

全てのものは空間に沿って運動する

光も曲がる

何故空間が曲がるのか?

重力が空間を曲げる



曲がった空間の例球面

物質や輻射などのエネルギー・運動量

アインシュタイン方程式

2003/8/6

重力レンズ効果入門[I . 序論]

5

シュワルツシルド 解

質量Mの質点のみがあり等方的なアインシュタイン方程式の解

太陽の近くを通る光の道筋

光が重力によって曲げられる角度

$$\Delta\phi_R = \frac{4GM_\odot}{c^2 R_\odot} = 1.75''$$

$$= 2\Delta\phi_N$$

エディントン (1919)

日食のときに太陽の近くに見える星を観測

$$\Delta\phi_{\text{obs}} \approx 1.60'' \pm 0.31''$$

相対論の正しさを立証!!

2003/8/6

重力レンズ効果入門[I . 序論]

6

エディントン(1920)

光が曲げられると、光源からの光は2つの像として観測される
1つは**明るく**、もう1つは**暗くなる**

アインシュタイン (1936)

$\Delta\phi$ は非常に小さく星もまばらなの、あまり観測されないだろう

ツビッキー (1937)

重力源が星雲(銀河など)のようなものだったら観測される可能性は十分ある

2003/8/6

重力レンズ効果入門[I . 序論]

7

双子のクェーサー 発見!

Walsh, Carswell, Weymann(1979)

Q0956+561 A,B

Image Aのスペクトル

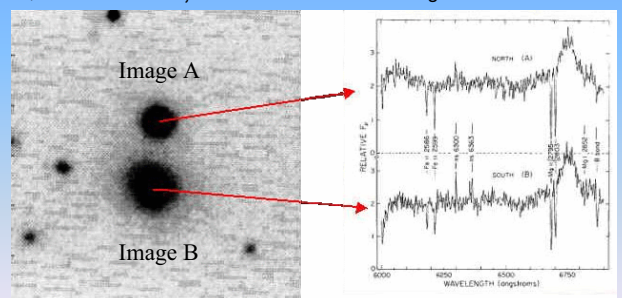


Image Bのスペクトル

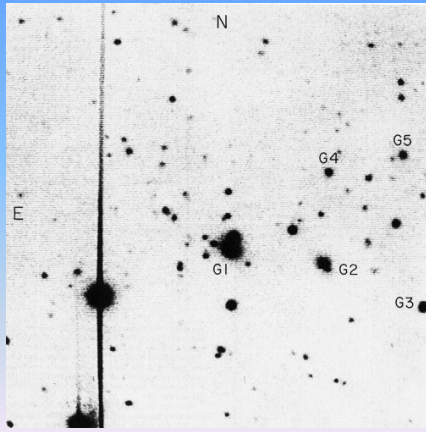
2003/8/6

重力レンズ効果入門[I . 序論]

8

Q0957+561

1/2



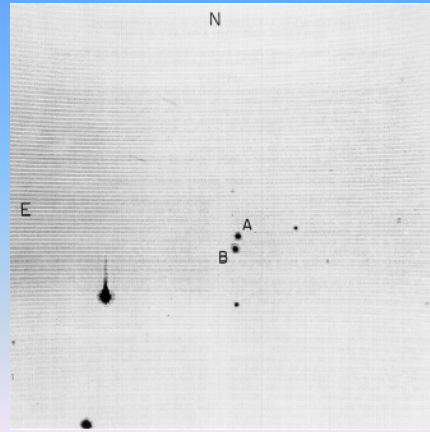
2003/8/6

重力レンズ効果入門 [I. 序論]

9

Q0957+561

2/2



2003/8/6

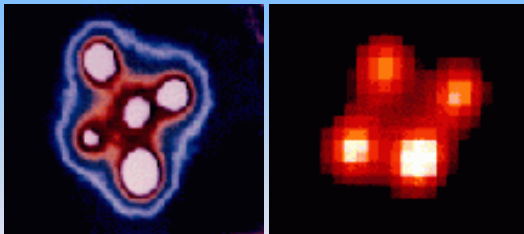
重力レンズ効果入門 [I. 序論]

10

アインシュタインクロス (Clover leaf)

2237+0305

H1413+117

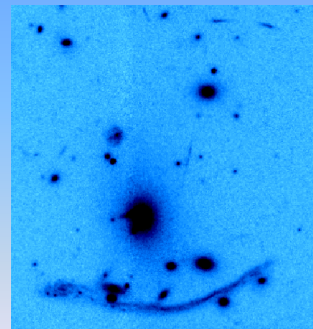


2003/8/6

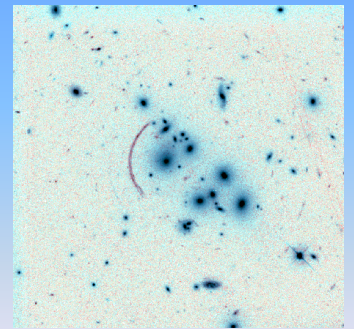
重力レンズ効果入門 [I. 序論]

11

巨大アーク



A370



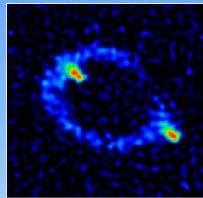
CL2244-02

2003/8/6

重力レンズ効果入門 [I. 序論]

12

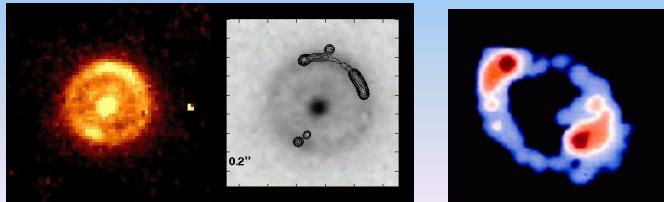
アインシュタインリング



MG1131+0456

1938+666

PKS1830-211

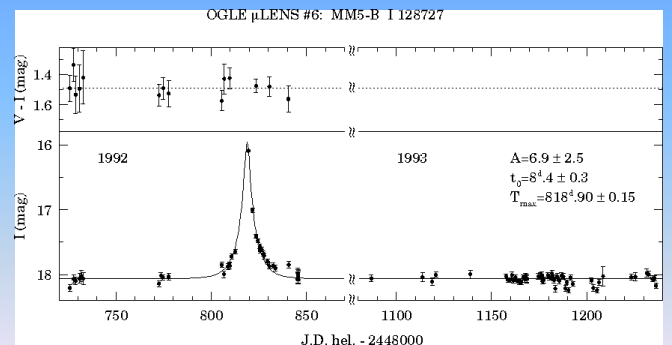


2003/8/6

重力レンズ効果入門 [I. 序論]

13

マイクロレンズ

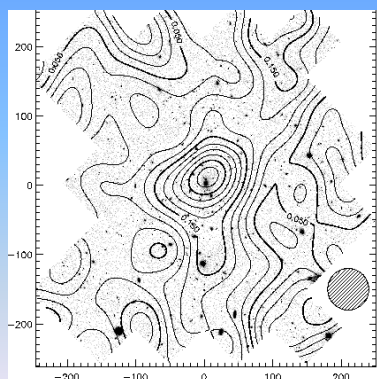


2003/8/6

重力レンズ効果入門 [I. 序論]

14

弱重力レンズ効果



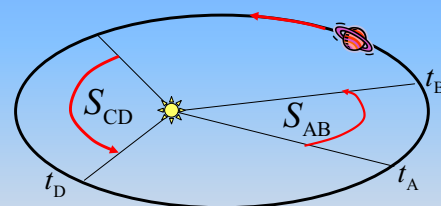
2003/8/6

重力レンズ効果入門 [I. 序論]

15

重力レンズ効果入門

放送大学: 専門科目「自然の理解」



吉田 宏

yoshidah@fmu.ac.jp

福島県立医科大学 物理学講座

2003/8/6

重力レンズ効果入門 [II. ニュートン力学と特殊相対性理論]

1

II. ニュートン力学と特殊相対論

- ニュートン力学
 - ニュートンの運動の法則
 - ケプラーの法則
 - 万有引力
- 特殊相対性理論
 - 座標変換 ガリレイ変換とローレンツ変換
 - 相対論的三角不等式

ニュートン力学

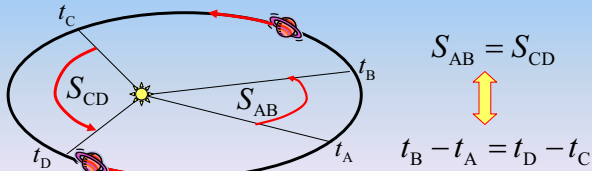
ニュートンの運動の法則

慣性質量

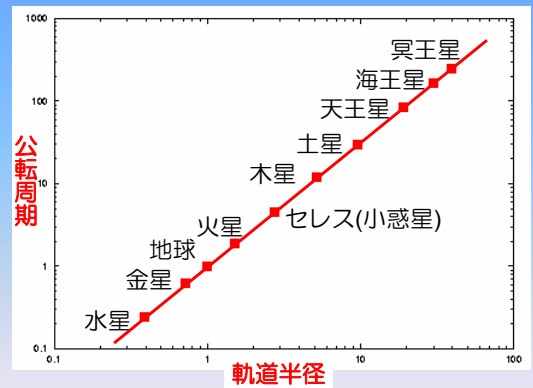
- 第1法則 (慣性の法則)
 - 「物体は、外力を受けなければ、物体の運動状態は変化しない。」 等速度運動、又は静止
- 第2法則 (運動方程式)
 - 「力 F が作用している物体に生じる加速度 a は、① F と同じ向きで、② F の大きさに比例し、質量 m に反比例する。」 $m\vec{a} = \vec{F}$
- 第3法則 (作用・反作用の法則)
 - 「物体Aが物体Bに力 F_{BA} を作用させているとき、物体Bも物体Aに力 F_{AB} を作用させている。このとき、 F_{BA} と F_{AB} は一直線上にあって、大きさは等しく互いに逆向きである。」 $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$

ケプラーの法則

- 第1法則
 - 惑星の軌道は太陽を一つの焦点とする楕円軌道である
- 第2法則
 - 惑星の太陽に対する面積速度は一定である
- 第3法則
 - 惑星の公転周期の2乗は、軌道半径の3乗に比例する



ケプラーの第3法則



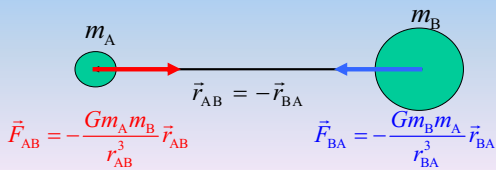
万有引力の法則

重力質量

質量 m_A と質量 m_B の2物体A,Bが r_{AB} 離れたところにあるとき、2つの物体の間に

$$\vec{F}_{AB} = \frac{Gm_A m_B}{r_{AB}^2} \vec{r}_{AB}, \text{ or } \vec{F}_{AB} = -\frac{Gm_A m_B}{r_{AB}^3} \vec{r}_{AB}$$

の力が互いに引力として作用する。



力学的エネルギー

万有引力による位置エネルギー $U(r)$ $U(r) = -\frac{GMm}{r}$

運動エネルギー K $K = \frac{mv^2}{2}$

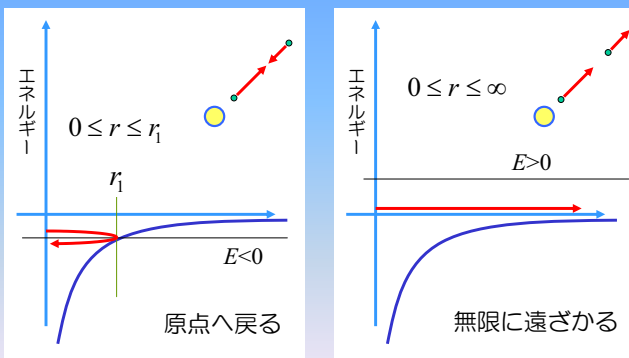
力学的エネルギー E $E = K + U(r) = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r}$

力学的エネルギー保存則

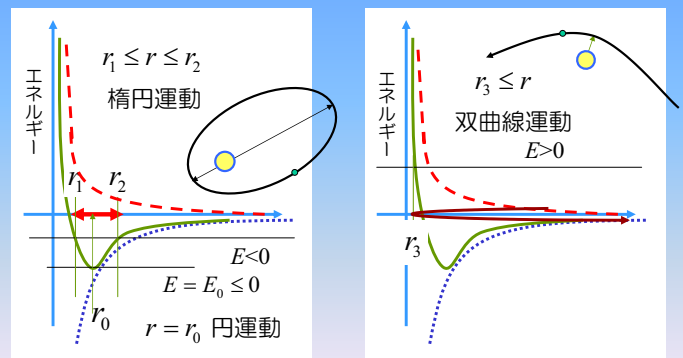
E は時間に依らず一定

$$\frac{mv^2}{2} = E + \frac{GMm}{r} \geq 0$$

原点 (重力源) から遠ざかる運動



原点の周りの回転を伴った運動



特殊相対性理論

1. 「相対性原理」
物理法則はどのような慣性系でも同じ形をしている
2. 「光速度不変の原理」
光は光源・観測者の運動状態によらず真空中を常に一定の速さ c で伝播する

相対論以前では時間はどの慣性系でも同じ

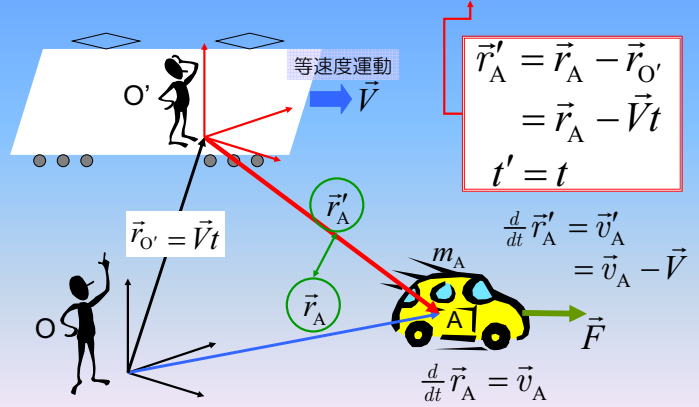
ある慣性系 $t, (x, y, z)$ ガリレイ変換 別の慣性系 $t, (x', y', z')$

特殊相対性理論では時間も座標の仲間入り

(t, x, y, z) ローレンツ変換 (t', x', y', z')
事象P 事象P

座標変換

ガリレイ変換



ガリレイの相対性原理



	Oから見たAの運動	O'から見たAの運動
Aの位置	\vec{r}_A	$\vec{r}'_A = \vec{r}_A - \vec{r}_{O'} = \vec{r}_A - \vec{V}t$
Aの速度	$\vec{v}_A = \frac{d}{dt} \vec{r}_A$	$\vec{v}'_A = \frac{d}{dt} \vec{r}'_A = \vec{v}_A - \vec{V}$
Aの加速度	$\vec{a}_A = \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}_A = \frac{d}{dt} \vec{v}_A$	$\vec{a}'_A = \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}'_A = \frac{d}{dt} \vec{v}'_A = \frac{d}{dt} \vec{v}_A$

Oから見て慣性の法則がOKなら、O'から見てもOK

Aの運動方程式 $m_A \vec{a}_A = \vec{F}$ $m_A \vec{a}'_A = m_A \vec{a}_A = \vec{F}$

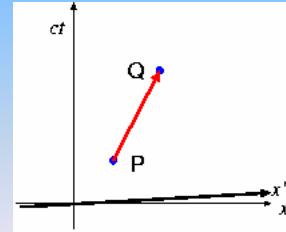
Oから見ても、O'から見ても運動方程式は同じ

ガリレイ変換で結ばれる慣性系で、ニュートンの運動の法則が満たされることを、「ガリレイの相対性原理」という。

慣性系

力が作用していないとき、静止している物体は静止し続け、等速度運動している物体は等速度運動し続けることのできる座標系を「慣性系」という

任意の2つの慣性系はガリレイ変換で結ばれている

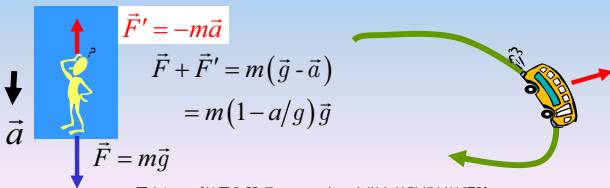


非慣性系

実際には作用していないにもかかわらず、あたかも力が作用しているように見えるとき（見かけの力）の座標系を「非慣性系」という

見かけの力の例

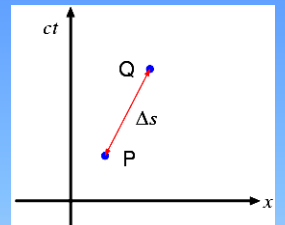
- エレベータで上の階に行くとき、動き始めは下に押し付けられ、止まる直前は体が軽くなったような気がする。
- 車に乗っているとき、急カーブで外側に投げ出される（遠心力）。



ある慣性系S

2事象間の距離

P (t, x, y, z)
Q $(ct + c\Delta t, x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$
 $(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$



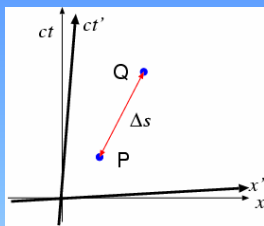
$(x^0 = ct, x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z)$
$$= \sum_{\alpha, \beta=0}^3 \eta_{\alpha\beta} \Delta x^\alpha \Delta x^\beta = \eta_{\alpha\beta} \Delta x^\alpha \Delta x^\beta \quad \eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(アインシュタインの規約)

別の慣性系S'

P (t', x', y', z')
Q $(ct' + c\Delta t', x' + \Delta x', y' + \Delta y', z' + \Delta z')$

SとS'の関係 $x^\mu = L^\mu_\alpha x'^\alpha$
(座標変換) $\Delta x^\mu = L^\mu_\alpha \Delta x'^\alpha$



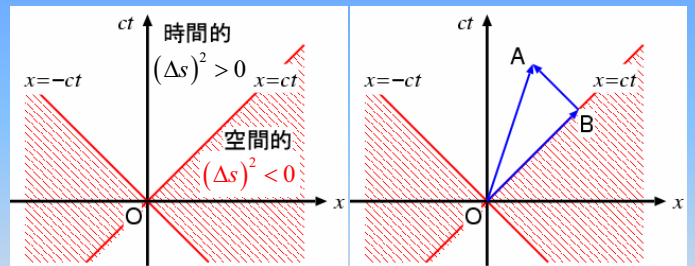
$(\Delta s)^2 = \eta_{\alpha\beta} \Delta x^\alpha \Delta x^\beta = \eta_{\alpha\beta} L^\alpha_\mu L^\beta_\nu \Delta x'^\mu \Delta x'^\nu = \eta'_{\mu\nu} \Delta x'^\mu \Delta x'^\nu$
 $\eta'_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} L^\alpha_\mu L^\beta_\nu$

どの慣性系でも物理法則は同じ形で表される

$(\Delta s)^2 = (c\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 - (\Delta y')^2 - (\Delta z')^2 = \eta_{\alpha\beta} \Delta x'^\alpha \Delta x'^\beta$
 $\eta'_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} L^\alpha_\mu L^\beta_\nu = \eta_{\mu\nu}$

このような座標変換をローレンツ変換という

相対論的三角不等式



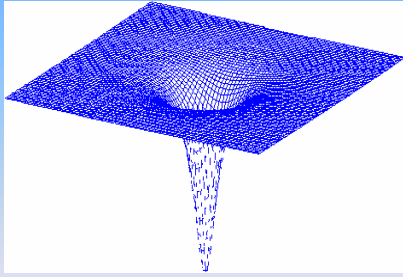
速度の上限は光速

$\overline{OA} > \overline{OB} + \overline{BA}$

$(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$ ミンコフスキー空間

重力レンズ効果入門

放送大学: 専門科目「自然の理解」



吉田 宏
yoshidah@fmu.ac.jp
福島県立医科大学 物理学講座

Ⅲ. 一般相対性理論入門

- 等価原理
- 曲がった空間
- 物体の運動
- 測地線の方程式
- 空間の曲がり
- アインシュタイン方程式
- シュワルツシルド解

一般相対性理論

「特殊相対性理論」+「等価原理」

等価原理 「慣性質量」 = 「重力質量」

運動方程式

$$m\vec{a} = m \frac{d^2}{dt^2} \vec{x} = \vec{F}_g + \vec{F}'$$

重力による力 非重力的な力

座標変換 $\vec{x} \rightarrow \vec{x}' = \vec{R}(t) + \Lambda(t)\vec{x}$

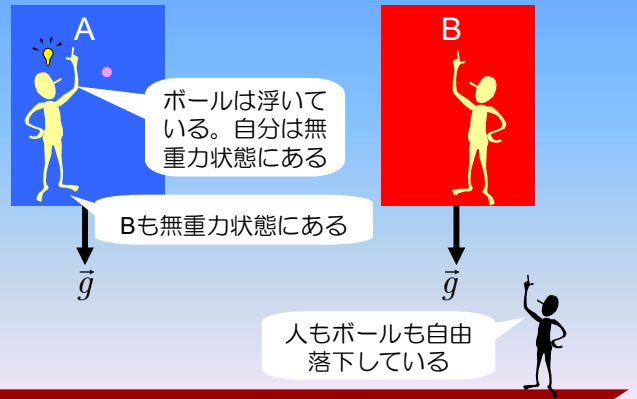
運動方程式 $m\vec{a}' = m \frac{d^2}{dt^2} \vec{x}' = \vec{F}'_g + \vec{F}' - m \frac{d^2}{dt^2} \vec{R} - \vec{F}'_1$

見かけの力

$\vec{F}'_g = m\vec{R}$ となるように座標変換すると重力を消すことができる

そのような座標系を「自由落下系」という

自由落下



重力は見かけの力か？

重力加速度が場所によらず一定ならば

$$\vec{g} = \text{一定} \quad \vec{g}_A = \vec{g}_B$$

$\frac{d^2}{dt^2} \vec{R} = \vec{g}$ 即ち $\vec{x} \rightarrow \vec{x}' = \vec{x} + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$ の座標変換で $\vec{g} = \text{一定}$ の重力加速度は消すことができる

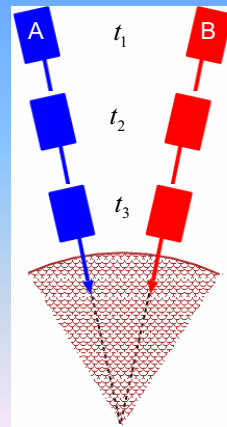
ところが実際の重力加速度は

$$\vec{g}(r) = -\frac{GM}{r^3} \vec{r}$$

したがって $\vec{g}(\vec{r}_A) \neq \vec{g}(\vec{r}_B)$

同じ座標変換でA,B両方の重力を消すことはできない

2つのエレベータ



$$-\frac{GM}{r_{A1}^3} \vec{r}_{A1} \quad -\frac{GM}{r_{B1}^3} \vec{r}_{B1}$$

$$-\frac{GM}{r_{A2}^3} \vec{r}_{A2} \quad -\frac{GM}{r_{B2}^3} \vec{r}_{B2}$$

$$-\frac{GM}{r_{A3}^3} \vec{r}_{A3} \quad -\frac{GM}{r_{B3}^3} \vec{r}_{B3}$$

A,Bは無重力状態にあるはずなのに
BはAに対して近付いてくる
Aから見るとBは無重力状態ではない
Bから見るとAは無重力状態ではない

局所慣性系

Aに自由落下系を設定できても、Bには同じ自由落下系を設定することはできない

$$\vec{g}(r) = -\frac{GM}{r^3} \vec{r}$$

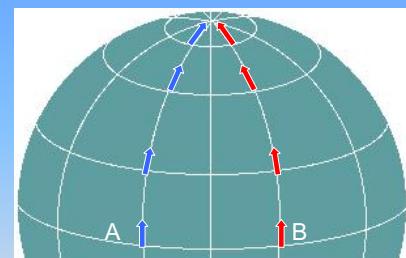
Aが原点に近づくにつれて、重力加速度は大きくなる

t_1 でAが無重力状態にあっても、 t_2 では t_1 と同じ座標系では無重力状態にはならない

実際に重力が存在するとき、全空間で同一の自由落下系を設定することはできない。自由落下系を設定できるのは考えている点の近傍のみ。

このような座標系を「局所慣性系」という

曲がった空間



球面上での運動では、もともと平行に運動していた2つの物体も次第に近づきあって、例えば北極で衝突してしまう

重力があるときも、空間が曲がっていると考えることができる

計量

2つの事象間の距離

局所慣性系 $\{X^\alpha\}$ では重力が消せるので

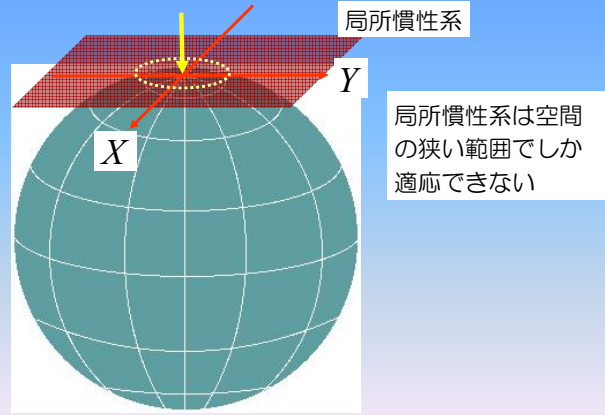
$$(\Delta s)^2 = \eta_{\alpha\beta} \Delta X^\alpha \Delta X^\beta$$

一般座標変換 $X^\alpha \rightarrow x^\alpha = x^\alpha(X^\mu)$, $X^\alpha = X^\alpha(x^\mu)$

$$\Delta X^\alpha = \frac{\partial X^\alpha}{\partial x^\mu} \Delta x^\mu$$

$$(\Delta s)^2 = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial X^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial X^\beta}{\partial x^\nu} \Delta x^\mu \Delta x^\nu = g_{\mu\nu}(x) \Delta x^\mu \Delta x^\nu$$

計量(metric)



物体の運動方程式

局所慣性系 $\{x^\alpha\}$ での物体の運動方程式 (重力が消せる)

$$\frac{d^2 X^\alpha}{dp^2} = 0$$

座標変換 $X^\alpha \rightarrow x^\alpha = x^\alpha(X^\mu)$, $X^\alpha = X^\alpha(x^\mu)$

$$\frac{dX^\alpha}{dp} = \frac{\partial X^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{dp}$$

$$\frac{d^2 X^\alpha}{dp^2} = \frac{\partial X^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{d^2 x^\mu}{dp^2} + \left[\frac{d}{dp} \frac{\partial X^\alpha}{\partial x^\mu} \right] \frac{dx^\mu}{dp}$$

$$= \frac{\partial X^\alpha}{\partial x^\mu} \left[\frac{d^2 x^\mu}{dp^2} + \frac{\partial x^\mu}{\partial X^\beta} \frac{\partial^2 X^\beta}{\partial x^\sigma \partial x^\nu} \frac{dx^\sigma}{dp} \frac{dx^\nu}{dp} \right] = 0$$

測地線の方程式

一般の座標系での運動方程式

$$\frac{d^2 x^\mu}{dp^2} + \frac{\partial x^\mu}{\partial X^\beta} \frac{\partial^2 X^\beta}{\partial x^\sigma \partial x^\nu} \frac{dx^\sigma}{dp} \frac{dx^\nu}{dp} = 0$$

$$\frac{d^2 x^\mu}{dp^2} + \Gamma_{\sigma\nu}^\mu \frac{dx^\sigma}{dp} \frac{dx^\nu}{dp} = 0$$

クリストッフェル記号

$$\frac{\partial x^\mu}{\partial X^\beta} \frac{\partial^2 X^\beta}{\partial x^\sigma \partial x^\nu} = \Gamma_{\sigma\nu}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\lambda} (g_{\sigma\lambda,\nu} + g_{\lambda\nu,\sigma} - g_{\sigma\nu,\lambda})$$

$$g_{\sigma\lambda,\nu} \equiv \frac{\partial g_{\sigma\lambda}}{\partial x^\nu} \equiv \partial_{\nu} g_{\sigma\lambda}$$

$g^{\sigma\lambda}$ は $g_{\sigma\nu}$ の逆行列

空間の曲がり方

A,Bの自由落下の違い ← 空間が曲がっているから

Aの運動方程式 X^i $\frac{d^2 X^i}{dt^2} = F^i(\vec{X}) = -\frac{\partial}{\partial X^i} \Phi(\vec{X})$

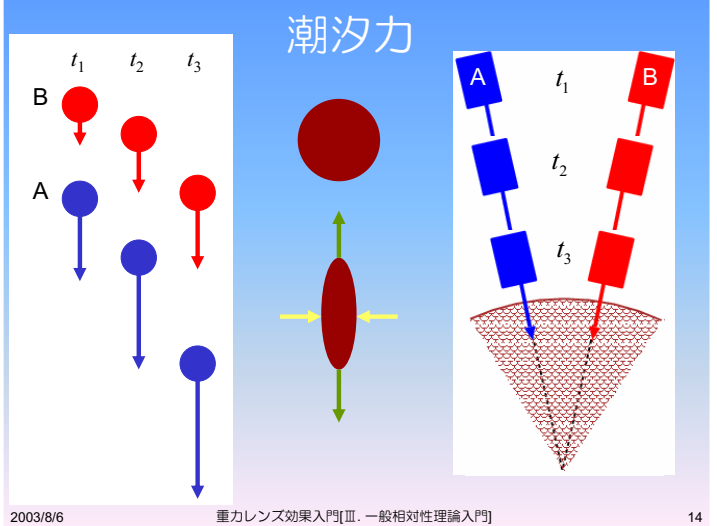
Bの運動方程式 $X^i + \Delta X^i$ $\frac{d^2 (X^i + \Delta X^i)}{dt^2} = F^i(\vec{X} + \Delta \vec{X}) = -\frac{\partial}{\partial X^i} \Phi(\vec{X} + \Delta \vec{X})$

Aに対するBの運動 ΔX^i

$$\frac{d^2 \Delta X^i}{dt^2} = F^i(\vec{X} + \Delta \vec{X}) - F^i(\vec{X}) = -\frac{\partial^2}{\partial X^i \partial X^j} \Phi(\vec{X}) \Delta X^j$$

$$\Phi(\vec{X} + \Delta \vec{X}) \approx \Phi(\vec{X}) + \frac{\partial}{\partial X^a} \Phi(\vec{X}) \Delta X^a$$

場所による重力の違いは「潮汐力」として知られている



空間の曲率

Aの測地線の方程式

$$\frac{d^2 x^\mu}{dp^2} + \Gamma_{\sigma\nu}^\mu(x) \frac{dx^\sigma}{dp} \frac{dx^\nu}{dp} = 0$$

Bの測地線の方程式

$$\frac{d^2 (x^\mu + \xi^\mu)}{dp^2} + \Gamma_{\sigma\nu}^\mu(x + \xi) \frac{d(x^\sigma + \xi^\sigma)}{dp} \frac{d(x^\nu + \xi^\nu)}{dp} = 0$$

Aから見たBの運動

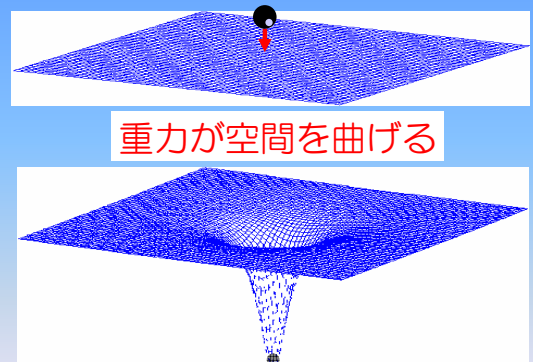
$$\frac{D^2 \xi^\mu}{Dp^2} = R_{\alpha\nu\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{dp} \frac{dx^\beta}{dp} \xi^\nu$$

測地線に沿った微分

リーマンテンソル

空間の曲がり方を示している量 (曲率テンソル)

空間の曲がりは何から?



アインシュタイン方程式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

空間の曲率 物質のエネルギー・運動量

$$R_{\mu\nu} = R^{\alpha}_{\mu\alpha\nu}, \quad R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$$

$$R^{\alpha}_{\mu\beta\nu} = \partial_{\beta} \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} - \partial_{\nu} \Gamma^{\alpha}_{\mu\beta} + \Gamma^{\sigma}_{\mu\nu} \Gamma^{\alpha}_{\sigma\beta} - \Gamma^{\sigma}_{\nu\beta} \Gamma^{\alpha}_{\sigma\mu}$$

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} [\partial_{\nu} g_{\mu\sigma} + \partial_{\mu} g_{\sigma\nu} - \partial_{\sigma} g_{\mu\nu}]$$

$$T_{\mu\nu} = (p + \varepsilon) u_{\mu} u_{\nu} - p g_{\mu\nu}$$

重力（空間の曲がり）が小さいとき、ニュートン力学に移行

アインシュタイン方程式の解

シュバルツシルド解

静的で等方的な解

中心（原点）に質量Mの物体がある

$$ds^2 = B(r)(cdt)^2 - A(r)dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$

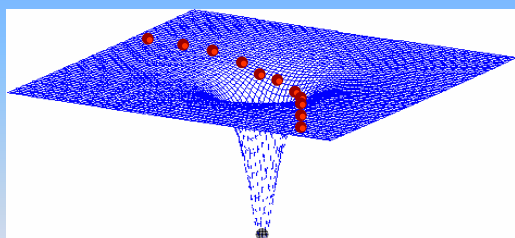
$$B(r) = 1/A(r) = \left[1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right] = \left[1 - \frac{r_s}{r} \right]$$

光の曲がる角度 $\rightarrow \Delta\varphi_R = \frac{4GM}{c^2 r_0}$ r_0 : 最も原点に近づいたときの原点からの距離

ニュートン力学では $A(r)$ （空間の曲がり）の項の効果を取り入れられていなかった

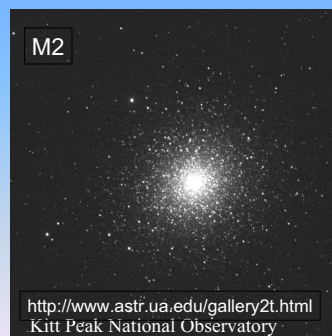
$$\Delta\varphi_N = \frac{2GM}{c^2 r_0}$$

光の軌道



重力レンズ効果入門

放送大学: 専門科目「自然の理解」



吉田 宏

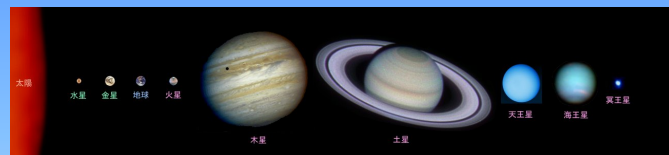
yoshidah@fmu.ac.jp

福島県立医科大学 物理学講座

IV. 宇宙の階層構造

- 太陽系 solar system $1M_{\odot} = 1.99 \times 10^{33} \text{g}$
- 銀河系, 銀河 Galaxy, galaxy $\sim 10^{12} M_{\odot}$
- 銀河群 group of galaxies $\sim 10^{13} M_{\odot}$
- 銀河団 cluster of galaxies $10^{14} \sim 10^{15} M_{\odot}$
- 超銀河団 supercluster of galaxies $\geq 10^{15} M_{\odot}$

太陽系



太陽/惑星	半径[km]	質量[g]	惑星	半径[km]	質量[g]
太陽	700000	1.99×10^{33}	木星	71400	1.90×10^{30}
水星	2439	3.29×10^{26}	土星	60000	5.69×10^{29}
金星	6052	5.12×10^{27}	天王星	25400	8.94×10^{28}
地球	6378	5.98×10^{27}	海王星	25110	1.03×10^{29}
火星	3397	6.40×10^{26}	冥王星	2000?	1.37×10^{25}
					?

太陽系のスケール

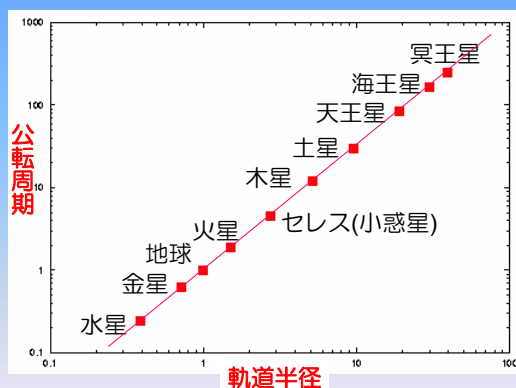
惑星	軌道半径[AU]	公転周期[年]
水星	0.3781	0.241
金星	0.7233	0.615
地球	1.0000	1.000
火星	1.5237	1.881
木星	5.2026	11.862
土星	9.5549	29.458
天王星	19.2184	84.022
海王星	30.1104	164.77
冥王星	39.5399	248.5

1AU (天文単位) = $1.496 \times 10^8 \text{km}$, 1年 = $3.15 \times 10^7 \text{sec}$

太陽に最も近い恒星 α ケンタウリ

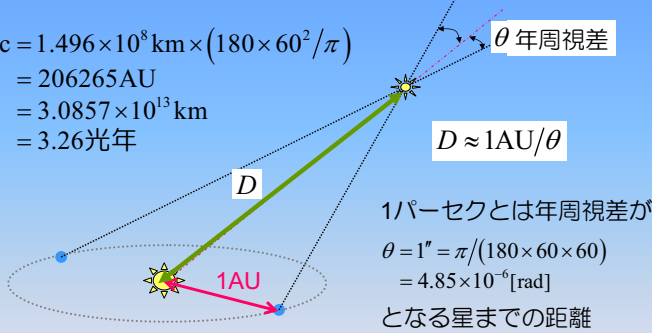
$4.3 \text{光年} = 4.06 \times 10^{13} \text{km} = 2.7 \times 10^5 \text{AU} = 1.31 \text{pc}$

ケプラーの第3法則 $T^2 \propto R^3$



1パーセクの定義

$$\begin{aligned} 1\text{pc} &= 1.496 \times 10^8 \text{ km} \times (180 \times 60^2 / \pi) \\ &= 206265 \text{ AU} \\ &= 3.0857 \times 10^{13} \text{ km} \\ &= 3.26 \text{ 光年} \end{aligned}$$



太陽系の近くにある星

恒星名	距離[光年]	見かけの等級 [mag]	絶対等級[mag]
太陽	1.57×10^{-5}	-26.72	4.85
α ケンタウリ	4.3	-0.01	4.37
シリウスA	8.64	-1.46	1.42
プロキオン	11.4	0.3	2.6
アルタイル(ひこぼし)	16.6	0.8	2.3
ベガ(おりひめ)	25	0.03	0.6
デネブ	1500	1.25	-7.2

見かけの明るさ[mag] = 絶対等級[mag] + $5 \log_{10}(\text{距離}/10\text{pc})$
 見かけの明るさ[mag] = 絶対等級[mag] + $5 \log_{10}(\text{距離}/32.6\text{光年})$

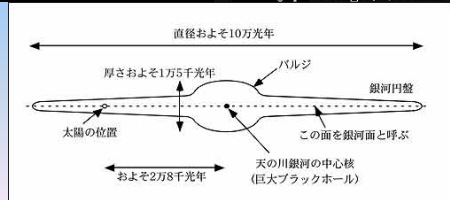
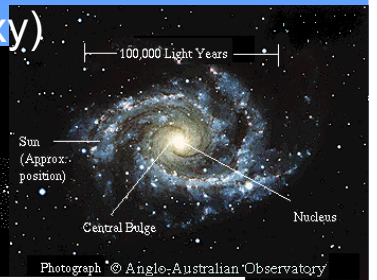
天の川(Milky Way)



<http://www.ne.jp/asahi/stellar/scenes/milky.html>
 重力レンズ効果入門[IV. 宇宙の階層構造]

銀河系(our Galaxy)

ハーシェルの銀河モデル



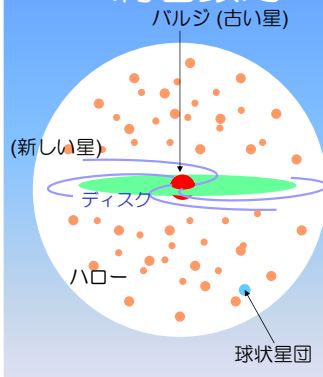
<http://www.isas.ac.jp/docs/ISASnews/No.251/chap2-01.html>
 重力レンズ効果入門[IV. 宇宙の階層構造]

系外銀河 $10^{11} \sim 10^{12} M_{\odot}$

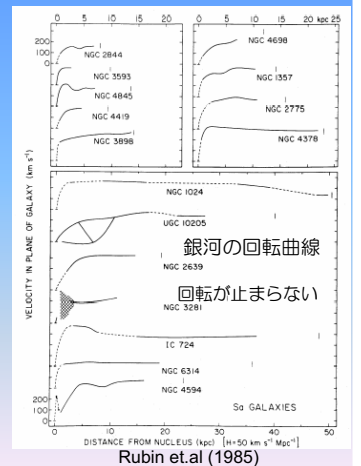


<http://optik2.mtk.nao.ac.jp/~iye/m31.htm>

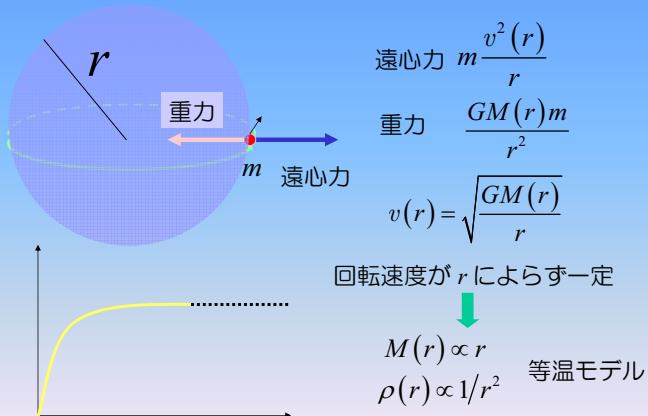
渦巻銀河



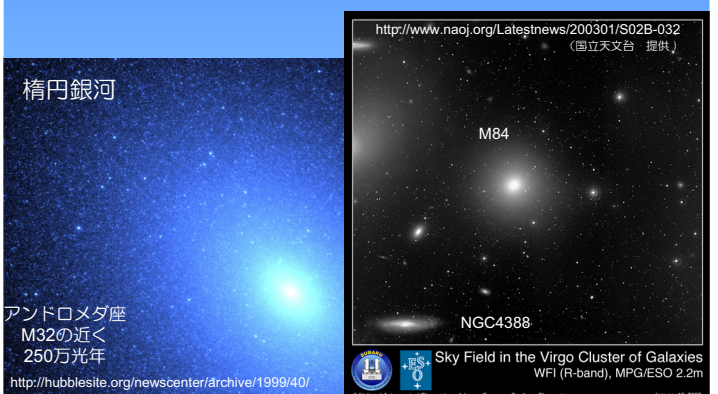
ダークマター!



回転速度と質量分布

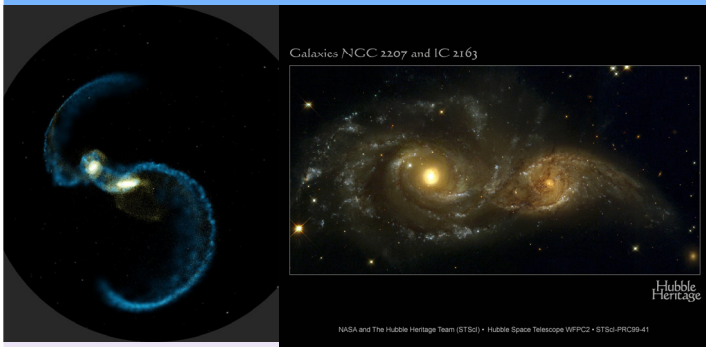


系外銀河 (楕円銀河)



$10^8 \sim 10^{13} M_{\odot}$

銀河の衝突

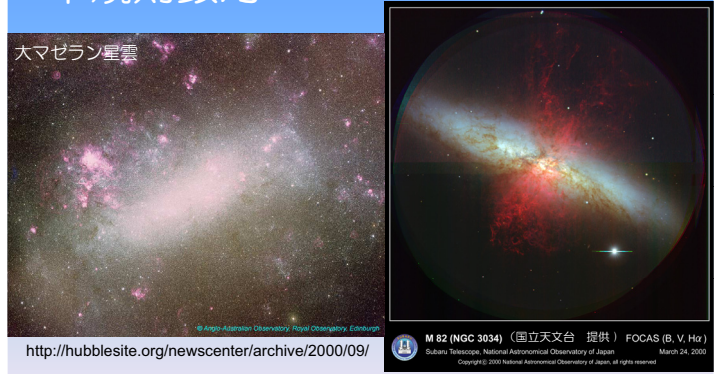


2003/8/6

重力レンズ効果入門[IV. 宇宙の階層構造]

14

不規則銀河

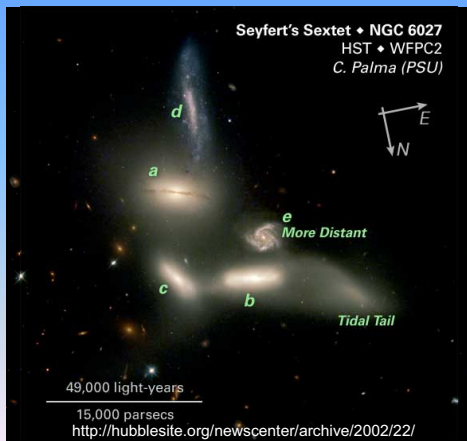


2003/8/6

重力レンズ効果入門[IV. 宇宙の階層構造]

15

局所銀河群



2003/8/6

重力レンズ効果入門[IV. 宇宙の階層構造]

16

銀河団

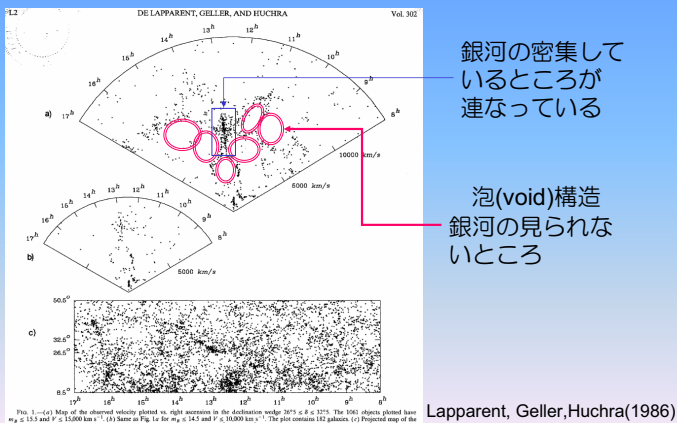


2003/8/6

重力レンズ効果入門[IV. 宇宙の階層構造]

17

超銀河団



2003/8/6

重力レンズ効果入門[IV. 宇宙の階層構造]

18

まとめ

	質量[M _{sun}]	構成数	大きさ
太陽系	~1	1 sun	10 ⁻³ ~1pc
銀河	10 ⁸ -10 ¹³	10 ⁸ -10 ¹³ stars	~50kpc
銀河群	~10 ¹³	~30 galaxies	~1Mpc
銀河団	~10 ¹⁵	~1000 galaxies	~3Mpc
超銀河団	~10 ¹⁶	~50 clusters	~10Mpc

2003/8/6

重力レンズ効果入門[IV. 宇宙の階層構造]

19

球状星団



2003/8/6

重力レンズ効果入門[IV. 宇宙の階層構造]

20

バラ星雲



2003/8/6

重力レンズ効果入門[IV. 宇宙の階層構造]

21

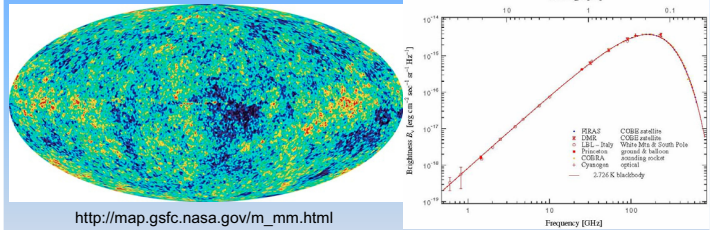
北アメリカ星雲



http://www.ne.jp/asahi/stellar/scenes/milky.html

重力レンズ効果入門

放送大学: 専門科目「自然の理解」



http://map.gsfc.nasa.gov/m_mm.html

吉田 宏

yoshidah@fmu.ac.jp

福島県立医科大学 物理学講座

V. 宇宙論入門

- ・フリードマン・ルメートル 宇宙
- ・膨張宇宙
 - ・ドップラー 効果
 - ・赤方偏位
 - ・ハッブルの法則
- ・ビッグバン宇宙
- ・宇宙論的パラメーター
- ・宇宙論的距離
 - ・角度距離(角度から測った距離)
 - ・光度距離(光源の明るさから測った距離)
- ・宇宙の年齢

相対論的宇宙論

アインシュタイン 1915

一般相対論で
不変な宇宙を!

静的宇宙

「宇宙原理」

我々は特別な場所にいるわけではない
宇宙はどこでも、どの方向でも同じに見える
宇宙は一様・等方である

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

宇宙モデル
重力でつぶれてしまう 失敗

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

つぶれないように、
反発力の項を導入

Λ : 宇宙定数(宇宙項) → 静的宇宙

フリードマン・ルメートル 宇宙

「宇宙原理」

フリードマン (1922) 宇宙定数のない一様等方宇宙モデル
閉じた宇宙, 平坦な宇宙, 開いた宇宙

ルメートル (1927) 宇宙定数のある一様等方宇宙モデル

$$ds^2 = (cdt)^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right]$$

$a(t)$: 膨張因子

$\vec{r} = (x, y, z), d\vec{r} = (dx, dy, dz)$

$$k = \begin{cases} -1 & \text{(開いた宇宙)} \\ 0 & \text{(平坦な宇宙)} \\ 1 & \text{(閉じた宇宙)} \end{cases}$$

$$a^2(t) \left[d\vec{r} \cdot d\vec{r} + \frac{k(\vec{r} \cdot d\vec{r})^2}{1-kr^2} \right]$$

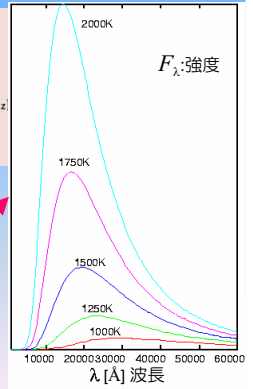
共動座標

連続スペクトル

電磁波の呼称



黒体放射



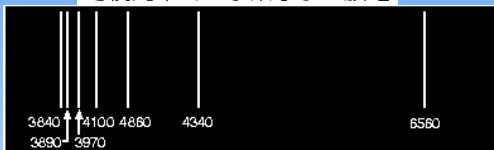
物体は温度に応じて電磁波を放出する

熱平衡になっている物体は
プランク分布
に従って電磁波が放出される

連続スペクトル

水素原子のスペクトル

可視光帯での水素原子の放電



バルマー

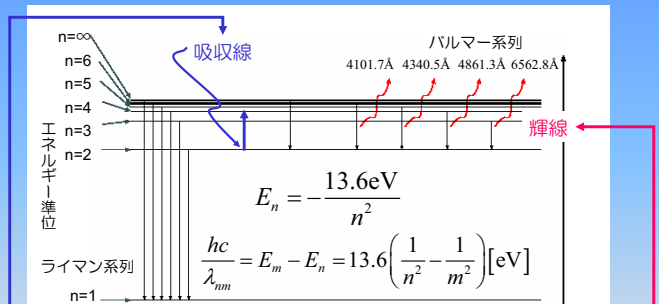
6562.8Å, 4861.3Å, 4340.5Å, 4101.7Å, 3970.1Å, 3889.1Å, 3835.4Å,...

$$\lambda = B \frac{m^2}{m^2 - 4}$$

$B \doteq 3645.6\text{\AA}$: 定数, $m=3,4,5,\dots$

バルマーの公式

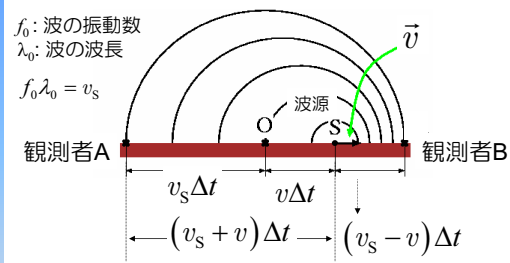
線スペクトル (輝線と吸収線)



電子のエネルギーの高い準位から低い準位へ遷移するとき
原子・分子に固有な波長の光を放出する

外部からの光を吸収して
電子のエネルギーの低い準位から高い準位へ遷移する

ドップラー効果



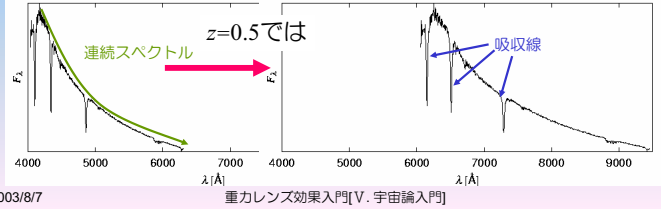
$f_0 \Delta t$: Δt の間に波が振動する回数
 Aの観測する波の波長 $\lambda_A = AS / (f_0 \Delta t) = (v_s + v) / f_0 = (1 + v/v_s) \lambda_0$ → 波源が遠ざかると波長が長くなる
 Bの観測する波の波長 $\lambda_B = BS / (f_0 \Delta t) = (v_s - v) / f_0 = (1 - v/v_s) \lambda_0$ → 波源が近づくと波長が長くなる

赤方偏移(redshift)

波が光の場合 $v_s = c$ $\lambda_A = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \lambda_0$, $\lambda_B = \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} \lambda_0$

光源が遠ざかるとき, 近づくと

赤方偏移 $z \equiv \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_0} - 1$ $z > 0 \Rightarrow$ 赤い方へ伸びる
 $z < 0 \Rightarrow$ 青い方へ伸びる



膨張宇宙

スライファー (1921) 遠方の銀河で大きな赤方偏移を発見
 ハッブル (1929) 遠方の銀河までの距離を測定
 [アンドロメダ星雲(M31)は我々の銀河の外にある! (1927)]
 18個の銀河の後退速度 v と距離 D を求めた $v \approx cz$

ハッブルの法則

銀河の後退速度 v は距離 D に比例している

$v \propto D \Rightarrow v = H_0 D$

$H_0 = 530 \text{ km/sec/Mpc}$ by Hubble

現在 $H_0 = 100h \text{ km/sec/Mpc}$ ($0.5 < h < 1$)



ハッブルの法則と膨張宇宙

AとBは独自に運動していないとする

共動座標では

$t = t_1$ で A: (x, y, z) , B: $(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$

$\Delta l_{AB} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$

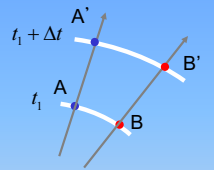
実際の距離 $D_{AB}(t_1) = a(t_1) \Delta l_{AB}$

$t = t_2 = t_1 + \Delta t$ で A': (x, y, z) , B': $(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$

実際の距離 $D_{AB}(t_1 + \Delta t) = a(t_1 + \Delta t) \Delta l_{AB}$

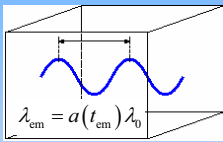
AとBの相対速度

$v_{AB}(t_1) \approx \frac{D_{AB}(t_1 + \Delta t) - D_{AB}(t_1)}{\Delta t} = \frac{a(t_1 + \Delta t) - a(t_1)}{\Delta t} a(t_1) \Delta l_{AB}$
 ハッブルの法則 $= H(t_1) D_{AB}(t_1)$

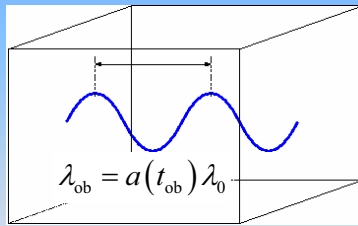


膨張宇宙と赤方偏移

宇宙が膨張 → 銀河は遠ざかっている
 → 遠ざかる光源からの光は赤方偏移する



$z_{\text{cm}} = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_{\text{em}}} - 1 = \frac{a(t_{\text{obs}})}{a(t_{\text{em}})} - 1$



$\lambda_{\text{obs}} = a(t_{\text{obs}}) \lambda_0$

膨張因子と赤方偏移の関係 $a(t) = \frac{a_0}{1+z}$

ビッグバン宇宙

ガモフ (1949)

時間を遡ったら... (初期宇宙は?)

全ての物質は非常に小さな領域に集中

その領域は, 高温・高圧・高密度の宇宙

電磁波・陽子・中性子・電子の世界

初期宇宙では熱放射があった

宇宙が膨張するにつれて波長が長くなる

初期宇宙での名残の黒体放射が観測されるだろう

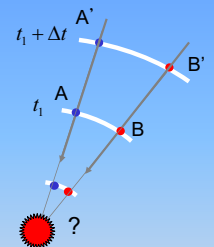
宇宙背景放射

ペンジース, ウィルソン 1964

ビッグバンの証拠

宇宙のあらゆる方向から電波が同じようにくる

$T \sim 3\text{K}$ に相当 現在では $T = 2.73\text{K}$



宇宙論的パラメーター(1)

膨張に乗っているときのAの運動方程式

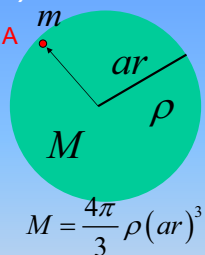
$m \frac{d^2}{dt^2}(ar) = -\frac{GMm}{(ar)^2}$

$\frac{d^2}{dt^2} a = -\frac{GM}{a^2}$

$\left(\frac{d}{dt} a\right) \frac{d^2}{dt^2} a = -\frac{GM}{a^2} \left(\frac{d}{dt} a\right) = \frac{d}{dt} \left[\frac{GM}{a}\right]$

$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d}{dt} a\right)^2\right]$

$E = \frac{1}{2} \left(\frac{d}{dt} a\right)^2 - \frac{4\pi G}{3a} \rho a^3 = \text{定数}$



宇宙論的パラメーター(2)

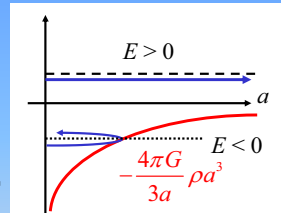
$E = \frac{1}{2} \left(\frac{d}{dt} a\right)^2 - \frac{4\pi G}{3a} \rho a^3$

$\frac{1}{2} \left(\frac{d}{dt} a\right)^2 = E - \left(-\frac{4\pi G}{3a} \rho a^3\right) \geq 0$

定数

$E > 0$ なら a は無限大に 開いた宇宙

$E < 0$ なら a に上限が 閉じた宇宙



$E = \frac{1}{2} a^2 \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - a^2 \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \frac{4\pi G}{3a^2 a (\dot{a}/a)^2} \rho a^3 = \frac{1}{2} a_0^2 H_0^2 \left[1 - \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_0\right]$

$H^2(t)$

$[H_0 = H(t_0)]$

宇宙が膨張し続ける? $\frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_0$ が1より大/小?

宇宙論的パラメータ(3)

密度パラメータ $\Omega_0 \equiv \frac{8\pi G}{3H_0^2} = \rho_0 / \rho_{\text{crit0}}$ 現在の臨界密度

アインシュタイン方程式からまじめに計算すると

$$E = -\frac{1}{2}kc^2 = \frac{1}{2}a^2 \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \left[1 - \frac{8\pi G}{3(\dot{a}/a)^2} \rho - \frac{\Lambda c^2}{3(\dot{a}/a)^2} \right]$$

宇宙定数

$$= \frac{1}{2}a_0^2 H_0^2 \left[1 - \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_0 - \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2} \right] = \frac{1}{2}a_0^2 H_0^2 [1 - \Omega_0 - \lambda_0]$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho}{3} + \frac{\Lambda c^2}{3} - \frac{kc^2}{a^2}} = H_0 \sqrt{\Omega_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \lambda_0 - \frac{kc^2}{a_0^2 H_0^2} \left(\frac{a_0}{a}\right)^2}$$

K

宇宙のスケール

臨界密度 $\rho_{\text{crit0}} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 1.88 \times 10^{-29} h^2 [\text{g cm}^{-3}]$
 $= 2.77 \times 10^{11} h^2 M_\odot [\text{Mpc}^{-3}]$

1 Mpcの立方体内に銀河が1つある

50kpc程度の大きさの銀河が1000kpc内にある

星と比較すると

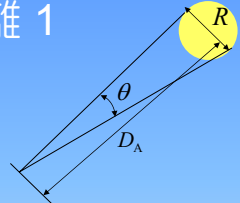
2x10⁶km程度の大きさの星が1pc=3x10¹³km内にある

銀河の中はスカスカ、でも銀河は密集している

宇宙論的距離 1

角度距離 D_A

$$\theta = \frac{R}{D_A} \Rightarrow D_A = \frac{R}{\theta}$$



相対論的には、膨張因子 a での天体の大きさ R は $R = ar\theta$

$$D_A = ar$$

光度距離

同じ光源を距離が2倍のところで見ると明るさは1/4になる

光度Lの光源の D_L だけ離れたところでの明るさ S

$$S = \frac{L}{4\pi D_L^2} \Rightarrow D_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi S}}$$

$$D_L(z) = (1+z)^2 D_A(z)$$

宇宙論的距離 2

$$D_A(z) \approx \frac{c}{H_0} \left[z - \frac{1}{2}(3+q_0)z^2 + \dots \right] \quad q_0 \equiv \frac{\Omega_0}{2} - \lambda_0$$

減速パラメーター

第1近似 $D_A(z) \approx \frac{c}{H_0} z = \frac{v}{H_0}$ ハッブルの法則

$z < 1$ の銀河までの距離を測定すれば H_0 が決まる

$z > 1$ の銀河までの距離を測定すれば Ω_0, λ_0 の関係が決まる

距離の測定法

ハッブル定数

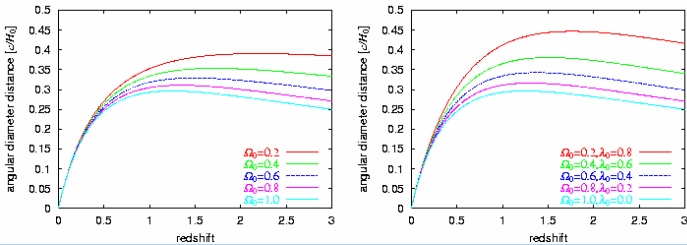
$$0.5 \leq h \leq 1.0$$

$$h \approx 0.72$$

現在受け入れられている値

- 視差
- Cepheid型変光星
- 銀河の回転速度と明るさの関係
- 超新星 ($z > 1$)
- **重力レンズ効果** ($z > 1$)

角度距離



密度パラメータが大きくなると、角度距離は小さくなる

密度パラメータが大きいモデルでは、宇宙全体の重力が大きいために、あまり膨張しない

$\lambda_0 \neq 0$ のモデルでの角度距離は、同じ密度パラメータで $\lambda_0 = 0$ のモデルでの角度距離より大きい

宇宙定数 λ_0 は重力による収縮を抑えるために導入された

宇宙の年齢 t_U

$$\frac{\dot{a}}{a} = H_0 \sqrt{\Omega_0 (1+z)^3 + \lambda_0 - K(1+z)^2}$$

$$t_U = \frac{1}{H_0} \int_0^\infty \frac{dz}{(1+z) \sqrt{\Omega_0 (1+z)^3 + \lambda_0 - K(1+z)^2}}$$

球状星団の年齢

$$t_{\text{GC}} \geq 11 \text{Gyr}$$

古い星の重元素含有量

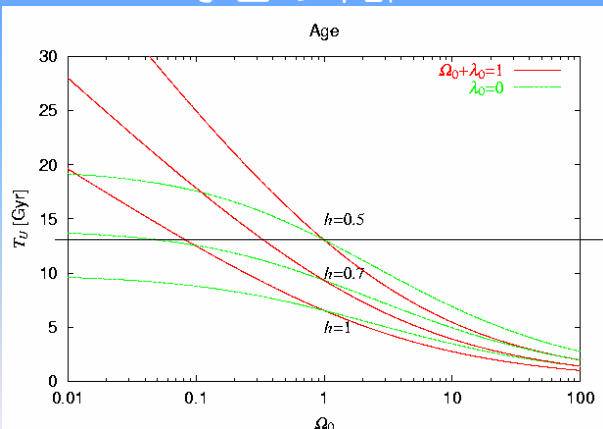
最近の観測より

球状星団内の中性子星と白色矮星からなる恒星系の中に惑星が存在する!

$$t_{\text{Planet}} \sim 13 \text{Gyr}$$

$$t_U > 13 \text{Gyr}$$

宇宙の年齢



密度パラメータ

宇宙の構成員

輻射	通常物質	通常でない物質
電磁波(光)	バリオン	ダークマター	

エネルギー密度 $\epsilon = \rho c^2$

$$\rho_r \propto a^{-4} \quad \rho_m \propto a^{-3} \quad \rho_{\text{DM}} \propto a^{-3} \quad \dots$$

$$\rho = \rho_{r0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + (\rho_{m0} + \rho_{\text{DM}0}) \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \dots$$

$$\Omega_0 = \Omega_{r0} + \Omega_{b0} + \Omega_{\text{DM}0}$$

↑ $\sim 10^{-4}$ ↑ ↑ ダークマターの観測が必要

↑ $\sim 0.04 h^2$ ↑ ↑

↑ 元素合成理論から ↑ ↑

↑ ↑ ↑ 見えない?!

↑ ↑ ↑ 重力はある

重力レンズ効果

アインシュタイン方程式

宇宙は一様な完全流体で満たされている

$$T_{\mu\nu} = (p + \varepsilon)u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}$$

p (圧力), $\varepsilon = \rho c^2$ (エネルギー密度) は時間 t のみの関数

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 &= \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda c^2}{3} - \frac{kc^2}{a^2} \\ \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + 3\frac{p}{c^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{内部エネルギー} \quad \text{体積} \\ \frac{d}{dt}(\rho c^2 a^3) + p \frac{d}{dt}a^3 = 0 \quad \text{熱量} Q \text{ は変化} \\ \text{熱力学の第1法則} \quad \text{しない} \end{array}$$

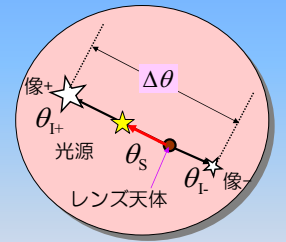
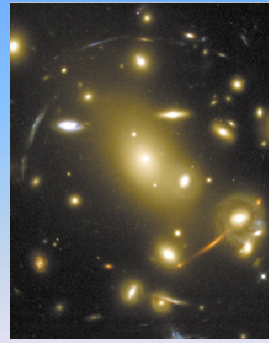
(cf. $\Delta U + p\Delta V = Q$)

ρ の構成員 輻射(光など), 物質(バリオン, ダークマター)

p の形 $p = \rho/3$ $p = 0$

重力レンズ効果入門

放送大学: 専門科目「自然の理解」



吉田 宏

yoshidah@fmu.ac.jp

福島県立医科大学 物理学講座

VI. 重力レンズ効果って何?

- 光の曲がる角度
- 光学レンズと重力レンズ
- 重力レンズ方程式
- 像の多重化
 - 簡単な例
 - 分離角
 - グラフで見る重力レンズ方程式
- 像の明るさ
- 像のゆがみ
- 到達時間の遅れ

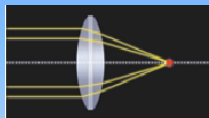
光の曲がる角度

アインシュタイン $\alpha = \frac{4GM}{c^2 r}$

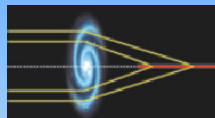
天体	質量 M	質量比	半径 r	半径の比	角度[秒]
木星	$\sim 10^{30}g$	$\sim 10^{-3}$	$\sim 10^5 km$	0.1	0.0175
星	$\sim 10^{33}g$	1	$\sim 10^6 km$	1	1.75
銀河	$\sim 10^{45}g$	$\sim 10^{12}$	$\sim 10^{18} km$	$\sim 10^{12}$	> 1.75
銀河団	$\sim 10^{48}g$	$\sim 10^{15}$	$\sim 10^{20} km$	$\sim 10^{14}$	17.5

1秒は1cmのものを2km離れてみたときの角度

光学レンズと重力レンズ

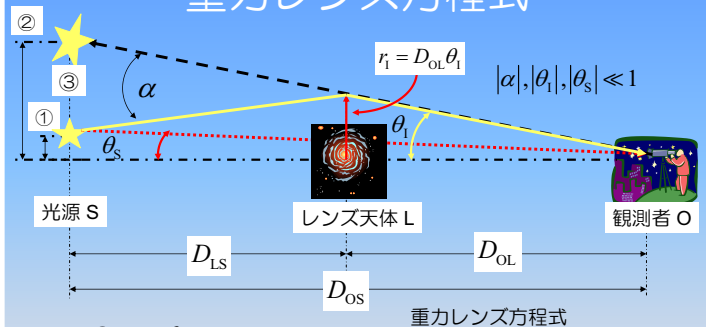


CONVEX GLASS LENS
Light near the edge of a glass lens is deflected more than light near the optical axis. Thus, the lens focuses parallel light rays onto a point.



GRAVITATIONAL LENS
Light near the edge of a gravitational lens is deflected less than light near the center. Thus, the lens focuses light onto a line rather than a point.

重力レンズ方程式



① = $D_{OS}\theta_s$

② = $D_{OS}\theta_l$

③ = $D_{LS}\alpha$

① = ② - ③

$D_{OS}\theta_s = D_{OS}\theta_l - D_{LS}\alpha$

重力レンズ方程式

簡単な例

レンズ天体が質点のとき レンズ天体がコンパクトなもの(星)

曲がる角度 $\alpha = \frac{4GM}{c^2 r_1} = \frac{4GM}{c^2 D_{OL}\theta_1}$

重力レンズ方程式

$$\theta_s = \theta_l - \frac{4GM D_{LS}}{c^2 D_{OL} D_{OS}} \frac{1}{\theta_1} \rightarrow \theta_s = \theta_l - \frac{\theta_E^2}{\theta_1}$$

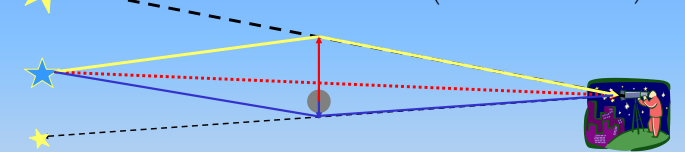
$$\theta_E \equiv \sqrt{\frac{4GM D_{LS}}{c^2 D_{OL} D_{OS}}} \quad \theta_l^2 - \theta_s \theta_l - \theta_E^2 = 0$$

アインシュタインリングの半径 $\theta_{1\pm} = \frac{1}{2} \left(\theta_s \pm \sqrt{\theta_s^2 + 4\theta_E^2} \right)$

$\theta_{1\pm}$ の意味

像「+」

$$\theta_{1\pm} = \frac{1}{2} \left(\theta_s \pm \sqrt{\theta_s^2 + 4\theta_E^2} \right)$$



像「-」

像の多重化

1つの光源に対して複数の像が見られる

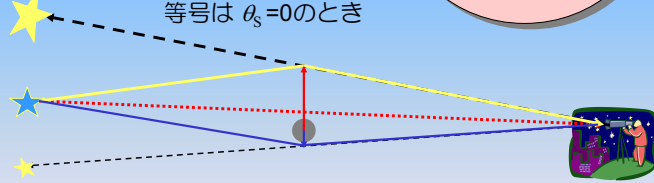
各像の性質はどれも同じ 赤方偏移, スペクトル

2つの像の分離角

$$\Delta\theta = \theta_+ - \theta_- = \sqrt{\theta_s^2 + 4\theta_E^2}$$

$$\geq 2\theta_E = 2\sqrt{\frac{4GMD_{LS}}{c^2 D_{OS} D_{OL}}}$$

等号は $\theta_s = 0$ のとき



像の分離角から、レンズ天体の質量を見積もれる

典型的な分離角の大きさ

$$\Delta\theta \sim 2\sqrt{\frac{4GMD_{LS}}{c^2 D_{OS} D_{OL}}}$$

光源が我々の銀河中心くらいにある場合
レンズ天体が恒星程度の質量

$$D_{OS} \sim 8\text{kpc} \approx 2.4 \times 10^{17}\text{km} \quad \Delta\theta \sim 0.002''$$

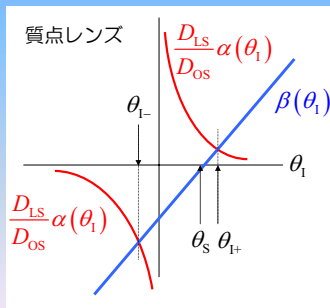
光源が我々から32億光年くらいにある場合
レンズ天体が銀河程度(10^{45}g)の質量

$$D_{OS} \sim 32\text{億光年} \approx 3.1 \times 10^{22}\text{km} \quad \Delta\theta \sim 5.6''$$

(1秒は1cmのものを2km離れてみたときの角度)

グラフで見るレンズ方程式

$$\theta_s = \theta_1 - \frac{\theta_E^2}{\theta_1} \Rightarrow \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \alpha(\theta_1) = \frac{\theta_E^2}{\theta_1}, \quad \beta(\theta_1) = \theta_1 - \theta_s, \quad \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \alpha = \beta$$



レンズ天体が質点の場合・真の光源・レンズ天体・別の像は一直線上に並ぶ

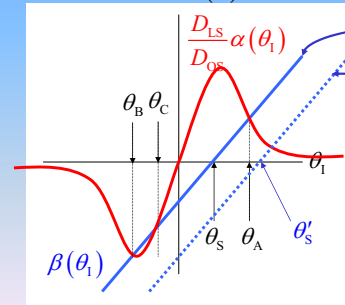
レンズ天体の質量分布がレンズ天体の中心からの距離だけの関数で与えられるときの特徴

球対称な質量分布

質点でない球対称なレンズ

$$\text{曲げられる角度} \quad \alpha = \frac{4GM(r)}{c^2 r}$$

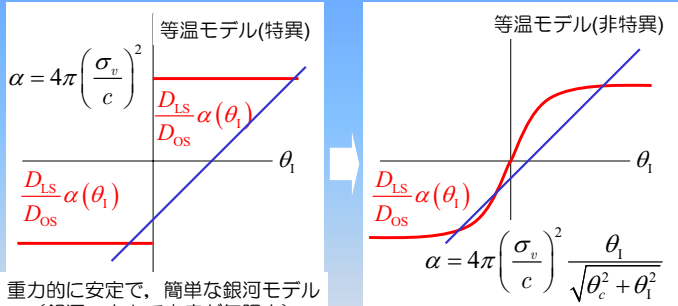
$M(r)$ レンズ天体の半径 r 内に含まれる質量



像の数は3個
像の数は1個

真の光源の位置によって像の数が変わる

銀河による曲がり角 α



重力的に安定で、簡単な銀河モデル (銀河の中心で密度が無限大)

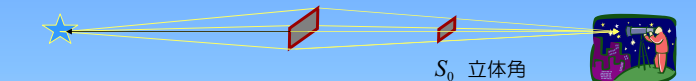
σ_v 渦巻銀河・・・銀河の回転速度
楕円銀河・・・銀河内の星の速度のばらつき度=(速度分散)^{0.5}

像の明るさ

重力レンズ効果に左右されない

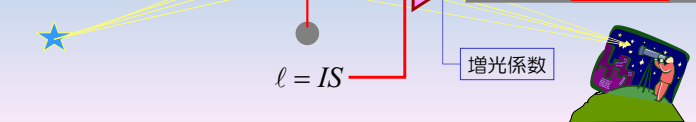
光源の見かけの明るさ=光源の表面輝度 (I) x 光源の立体角 (S)

レンズ天体のないとき



$$A = \frac{S}{S_0} = \left| \frac{\theta_+ d\theta_+}{\theta_s d\theta_s} \right| \text{ 倍}$$

増光効果



質点レンズによる増光効果

$$A_{\pm} = \frac{\theta_s^2 + 2\theta_E^2}{2\theta_s \sqrt{\theta_s^2 + 4\theta_E^2}} \pm \frac{1}{2} \quad (A_+ \geq A_-)$$

・真の光源がレンズ天体から十分離れたら $\theta_s \rightarrow \infty$

$$\frac{\theta_s^2 + 2\theta_E^2}{2\theta_s \sqrt{\theta_s^2 + 4\theta_E^2}} \rightarrow \frac{1}{2} \quad A_+ \rightarrow 1, \quad A_- \rightarrow 0$$

明るい像は元の明るさ, 暗い像は消える

・真の光源とレンズ天体が見かけ上同じ位置にあったら $\theta_s = 0$

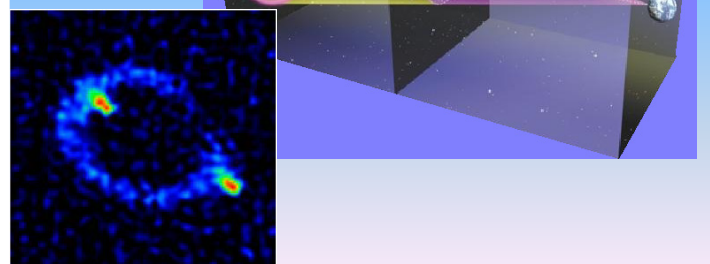
$$A_+ \rightarrow \infty, \quad A_- \rightarrow \infty \quad \text{二つの像は無限に明るくなる}$$

$\theta_s = 0$ のとき、像はレンズ天体を中心に半径 θ_E の円周上に輝く

アインシュタインリング

アインシュタインリング

MG1131+0456



像のゆがみ

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2 r}$$

レンズ天体の近くを通るほうが大きく曲げられる
場所による曲がり角の違い
像にゆがみを生じさせる
(潮汐力に似ている)

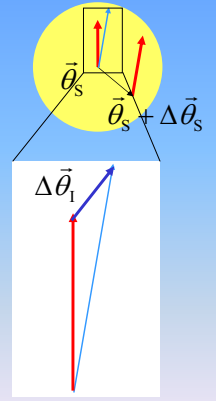


増光行列

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_s &= \bar{\theta}_1 - \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \bar{\alpha}(\bar{\theta}_1) \\ \bar{\theta}_s + \Delta \bar{\theta}_s &= \bar{\theta}_1 + \Delta \bar{\theta}_1 - \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \bar{\alpha}(\bar{\theta}_1 + \Delta \bar{\theta}_1) \\ \Delta \bar{\theta}_s &= \Delta \bar{\theta} - \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \bar{\alpha}(\bar{\theta}_1 + \Delta \bar{\theta}_1) + \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \bar{\alpha}(\bar{\theta}_1) \\ &\approx [\mathbf{I} - \mathbf{U}(\bar{\theta}_1)] \Delta \bar{\theta}_1 = \mathbf{M}^{-1}(\bar{\theta}_1) \Delta \bar{\theta}_1 \end{aligned}$$

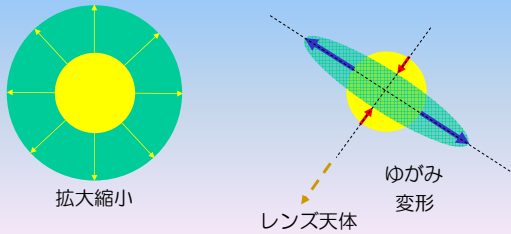
$\mathbf{M}(\bar{\theta}_1)$ 増光行列 (2行2列の行列)

$$\mathbf{M}^{-1}(\bar{\theta}_1) = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}$$



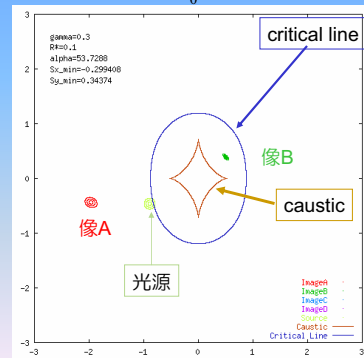
増光行列とゆがみの行列

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^{-1}(\bar{\theta}_1) &= \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 - \kappa & 0 \\ 0 & 1 - \kappa \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_2 & -\gamma_1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



critical lineとcaustic

$$A(\bar{\theta}) = \frac{S}{S_0} = \det[\mathbf{M}(\bar{\theta})] = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)}$$



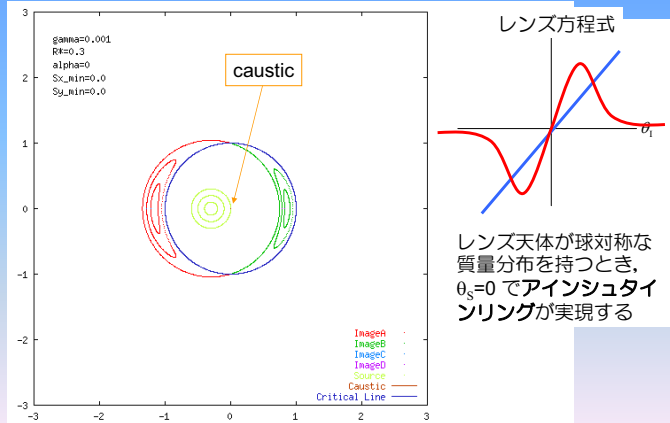
critical line

1/A = 0となるθの線
像がこの線の上にあるときは像の明るさは非常に大きくなる

caustic

critical lineをレンズ方程式からθ_sに変換した線
光源がこの線の上にあるときは像の明るさは非常に大きくなる

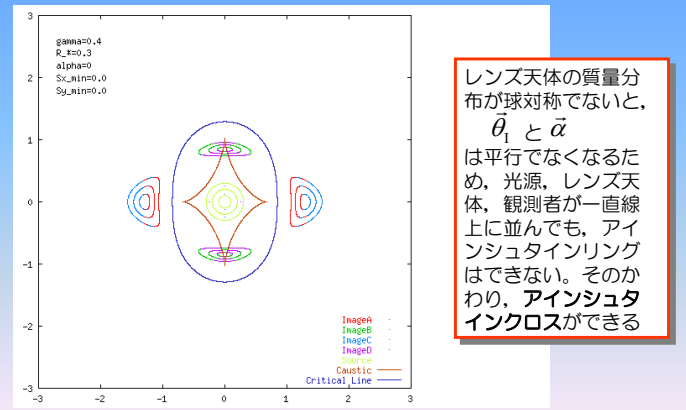
球対称な質量分布



レンズ方程式

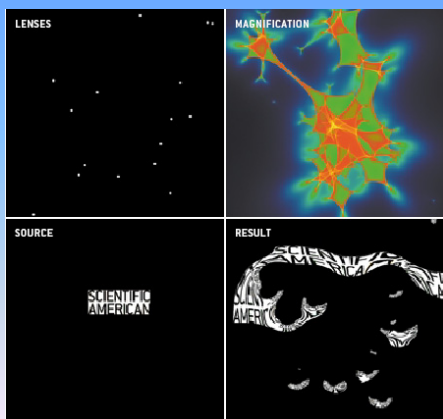
レンズ天体が球対称な質量分布を持つとき、 $\theta_s=0$ でアインシュタインリングが実現する

球対称でない質量分布



レンズ天体の質量分布が球対称でないと、 $\bar{\theta}_1$ と $\bar{\alpha}$ は平行でなくなるため、光源、レンズ天体、観測者が一直線上に並んでも、アインシュタインリングはできない。そのかわり、アインシュタインクロスができる

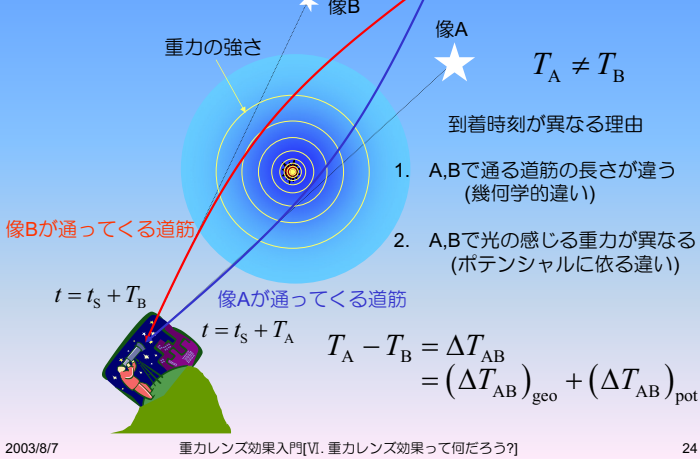
レンズが複数あるときの像



caustic



到達時間の遅れ



到着時刻の遅れ(time delay)

$$(\Delta T_{AB})_{\text{geo}} = (1+z_L) \frac{D_{OL} D_{OS}}{c D_{LS}} \left[\frac{1}{2} |\vec{\theta}_A - \vec{\theta}_S|^2 - \frac{1}{2} |\vec{\theta}_B - \vec{\theta}_S|^2 \right]$$

$$(\Delta T_{AB})_{\text{pot}} = - \frac{(1+z_L) D_{OL} D_{OS}}{c D_{LS}} \left[\psi(\vec{\theta}_A) - \psi(\vec{\theta}_B) \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_x} \psi(\vec{\theta}) = \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \alpha_x(D_{OL} \vec{\theta}), \quad \frac{\partial}{\partial \theta_y} \psi(\vec{\theta}) = \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \alpha_y(D_{OL} \vec{\theta})$$

$$(\Delta T_{AB})_{\text{観測量}} = \frac{(1+z_L) D_{OL} D_{OS}}{c D_{LS}} \left[\Psi(\vec{\theta}_A, \vec{\theta}_S) - \Psi(\vec{\theta}_B, \vec{\theta}_S) \right]$$

宇宙論的な量に依存

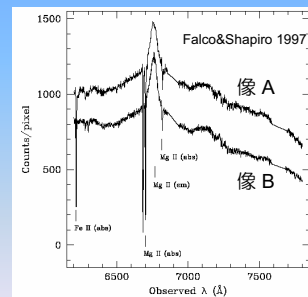
レンズ天体のモデルに依存

まとめ: 重力レンズ効果

- 多重効果 (1つの光源が複数の像になる)
 - レンズ天体の存在によって複数の道筋が可能になる
- 増光効果 (見かけの明るさが変化する)
 - 見かけの大きさに比例して明るく見える
- 変形効果
 - 場所によって像の移動仕方が異なる (潮汐力)
- 到着時間の遅れ(time delay)
 - ① 光の道のりが異なる
 - ② 光の速度が道筋で異なる

重力レンズ効果入門

放送大学: 専門科目「自然の理解」



吉田 宏

yoshidah@fmu.ac.jp

福島県立医科大学 物理学講座

VII. 観測例と応用

- 多重クェーサーから
- 統計的重力レンズ効果
- マイクロレンズ効果
 - Massive Compact Halo Object
 - クェーサーマイクロレンズ

1. 多重クェーサー

同一の光源が複数の像として観測される

多重クェーサーである為の条件

1. 複数のクェーサーの分離角は小さいか?
2. 複数の赤方偏移 z が同じか?
3. スペクトルは同じか?
4. レンズ天体はあるか?
5. 明るさは同じようになっているか?

http://vela.astro.ulg.ac.be/themes/extragal/gravlens/bibdat/engl/glc_homepage.html

重力レンズ方程式からの制限

$$\vec{\theta}_S = \vec{\theta}_I - \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \vec{\alpha}(D_{OL} \vec{\theta}_I)$$

$\vec{\alpha}$ 光の曲がる角度

レンズ天体の特徴付けるパラメータ

- 全質量 M , 質量密度 ρ
- 形(球対称?, 楕円型?..)
- 速度分散, 回転速度

観測された複数の像の位置を再現するように, レンズ天体のパラメータに対して制限を与えることができる。

増光行列からの制限

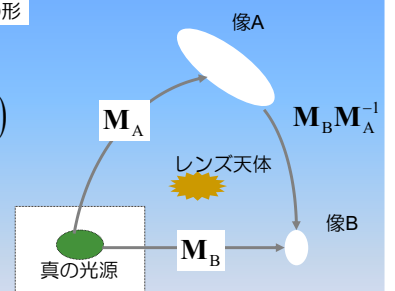
真の光源の形 \rightarrow 像の形

真の光源の形を像の形へ変換させる対応

増光行列 $M(\vec{\theta})$

$$M(\vec{\theta}_A) \text{ 真の光源の形} = \text{像Aの形}$$

観測できない量



像A, Bの形は観測できるので, 像AからBへの変換行列も観測量

$M_B M_A^{-1}$ が観測データと一致するように, レンズ天体のパラメータに制限を与えることができる。

Time delayの観測データから

$$(\Delta T_{AB})_{\text{観測量}} = \frac{(1+z_L) D_{OL} D_{OS}}{c D_{LS}} \left[\Psi(\bar{\theta}_A, \bar{\theta}_S) - \Psi(\bar{\theta}_B, \bar{\theta}_S) \right]$$

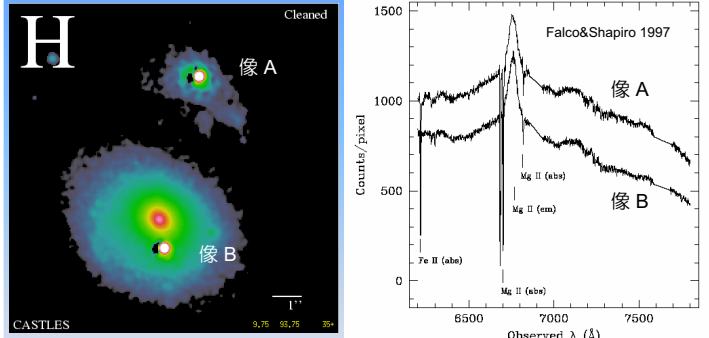
宇宙論的な量に依存 レンズ天体のモデルに依存

$$\frac{(1+z_L) D_{OL} D_{OS}}{c D_{LS}} = \frac{1}{H_0} f(z_L, z_S, \Omega_0, \lambda_0)$$

$$H_0 = \frac{1}{(\Delta T_{AB})_{\text{obs}}} f(z_L, z_S, \Omega_0, \lambda_0) \left[\Psi(\bar{\theta}_A, \bar{\theta}_S) - \Psi(\bar{\theta}_B, \bar{\theta}_S) \right]$$

像A,Bの位置, 明るさの比, 形, time delay, レンズの赤方偏移, + Ω_0, λ_0 → ハッブル定数 H_0
光源の赤方偏移

Q0957+561

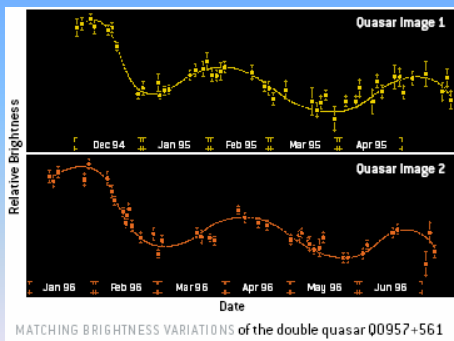


レンズ天体の赤方偏移 0.36 像A,Bの分離角 6.5秒
クェーサーの赤方偏移 1.41

Q0957+561の到着時間の遅れ

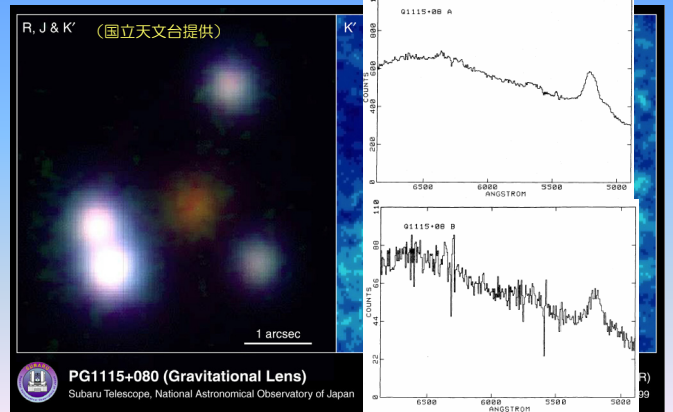
Q0957+561A,Bの明るさの変化 (光度曲線)

$$\Delta T_{AB} \approx 417 \text{日}$$



$$H_0 = 64 \pm 13 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

PG1115+080

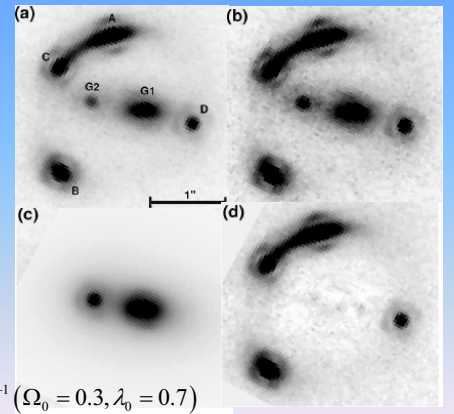


2237+0305

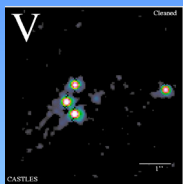


B1608+656

レンズ天体の赤方偏移 0.63
クェーサーの赤方偏移 1.39
イメージ間の分離角 0.9秒~2.1秒
到着時刻の遅れ
BA : 31±7日
BC : 36±7日
BD : 76±10日
ハッブル定数
 $H_0 \sim 75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} (\Omega_0 = 0.3, \lambda_0 = 0.7)$



RXJ0911.4+511



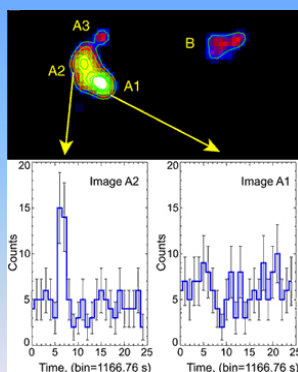
$$\Delta \theta_{A_1-A_2} \sim 0.5''$$

A2にフレアが現れているがA1には見られていない

到着時間の遅れ

$$T_{A_2} - T_{A_1} \sim 0.8 \text{日}$$

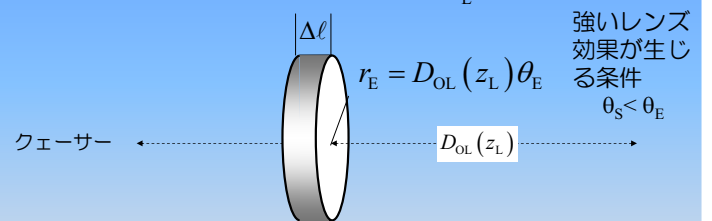
$$T_{A_2} - T_{A_3} \sim 1.5 \text{日}$$



X線で見た多重クェーサー

2. 多重クェーサーの頻度

レンズ天体の宇宙空間での数密度 n_L



強いレンズ効果が起こる頻度

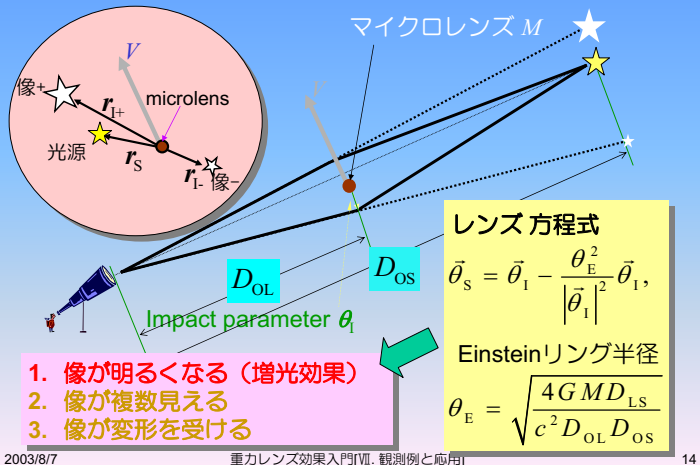
$$N = \sum n_L \pi r_E^2 \Delta l = \frac{3\Omega_L}{2} \sum \frac{H_0 D_{LS}}{c D_{OL} D_{OS}} \Delta V$$

宇宙定数が大きいとこの項も大きくなる

宇宙定数: λ_0 に対する制限

$$\lambda_0 < 0.66$$

3. マイクロレンズ効果



machoによるマイクロレンズ

macho = massive compact halo object

星による重カレンス効果

$$\theta_E \sim 0.001'' \sqrt{\frac{M}{M_\odot} \frac{8[\text{kpc}] D_{LS}}{D_{OL} D_{OS}}}$$

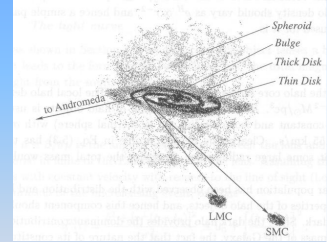
$$\Delta\theta \sim 0.002''$$

2つの像としては分離できない

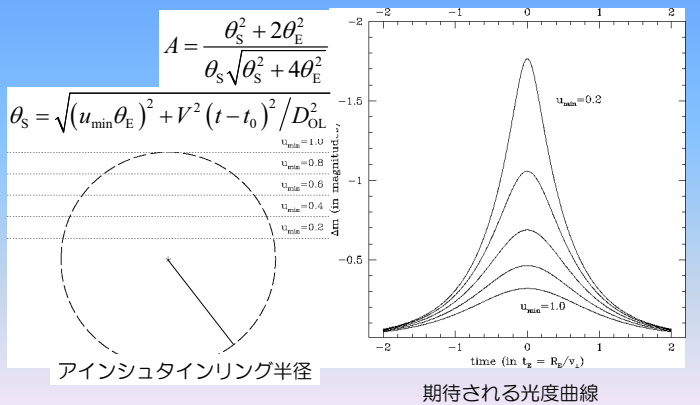
$$A = A_+ + A_- = \frac{\theta_s^2 + 2\theta_E^2}{\theta_s \sqrt{\theta_s^2 + 4\theta_E^2}}$$

レンズ天体は光源に対して見かけ上運動している
 ので、 θ_s は時々刻々変化する

光源の明るさも時間変化する



像の明るさの変化



個々のMicrolens効果から得たい情報

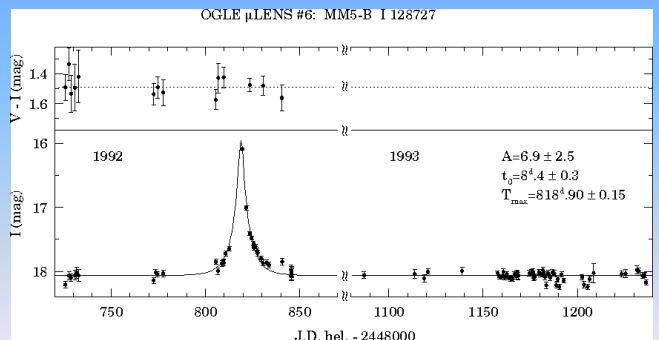
- Microlensに関する情報
 - Microlensの質量 M
 - Microlensの位置 $\zeta = D_{OL}/D_{OS}$
 - Microlensの速度 V
- 光源に関する情報
 - 光源の大きさ $R_s, R = R_s \zeta / r_E$
 - 光源のtype
 - 光源の表面重力 g

観測できるもの:
 光度曲線 $2t_E = 2r_E / V$ (event duration), ζ_0 ($R?$)
 Parallax効果 $r_E / (1 - \zeta)$ (reduced Einstein ring radius)
 位置測光 $\theta_E = r_E / D_{OL}$ (angular Einstein ring radius)

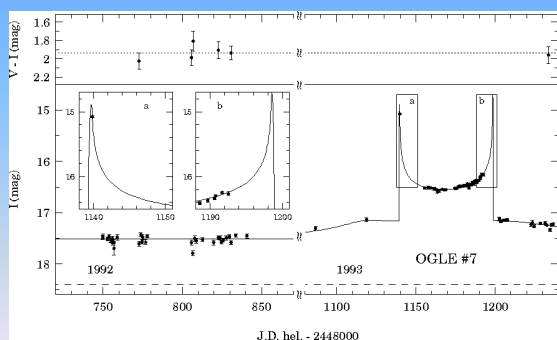
マイクロレンズの観測グループ

1. MACHO (MASSive Compact Halo Object)
2. EROS (Experience de Recherche d'Objets Sombres)
3. OGLE (Optical Gravitational Lens Experiment)
4. AGAPE (Andromeda Galaxy and Amplified Pixels Experiment)
5. MOA (MACHO Observations in Astrophysics)
6. PLANET (Probing Lensing Anomalies NETwork)
7. DUO (Disk Unseen Objects)
8. GMAN (Global Microlensing Alert Network)
9. MIPS (Microlensing Planet Search)

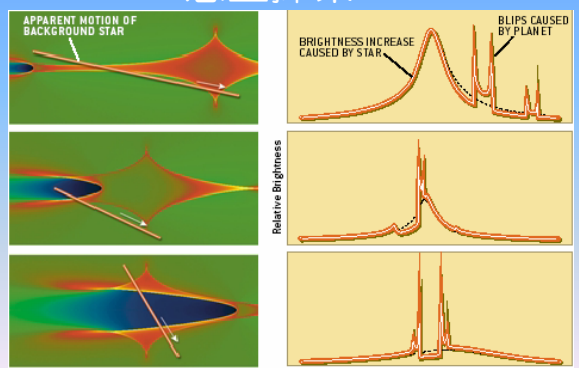
単純なマイクロレンズ



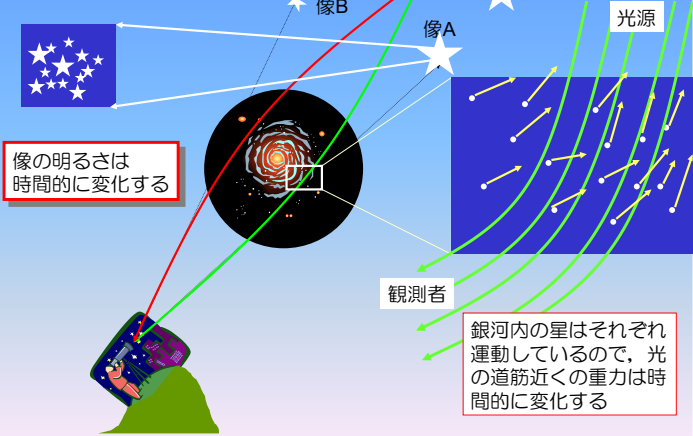
二重星によるマイクロレンズ



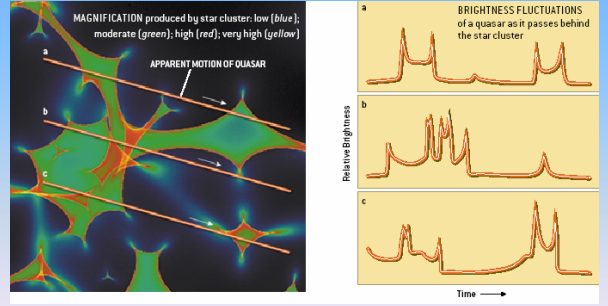
マイクロレンズ効果による惑星探索



マイクロレンズ



クェーサー マイクロレンズ



マイクロレンズによるクェーサーの明るさの変化

2237+0305

