

(時間：90 分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題冊子は本文 1 ページ，解答用紙は 2 枚です。すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 5 問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません。
- 6 試験終了後，解答用紙のみを回収します。

[1] 以下の各問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

- (1) $\log_e f(x) = \tan(x^2)$ のとき、 $f'\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$ の値を求めよ。
- (2) 辺の長さが $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$ である $\triangle ABC$ において、辺 BC の中点を M とする。 $\theta = \angle AMB$ であるとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (3) $f(x) = \tan x$ について、 $P\left(\frac{\pi}{4}, f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$, $Q\left(\frac{\pi}{3}, f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ とする。線分 OP , OQ と曲線 $y = f(x)$ $\left(\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{3}\right)$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ。ただし、 O は原点 $(0, 0)$ である。
- (4) n は自然数とする。曲線 $y = x(n^2 - x^2)$ と x 軸で囲まれた領域の内部および境界線上にある格子点の個数を n で表せ。
- (5) 辺の長さの比が $AB : BC : CA = 1 : 1 : \sqrt{2}$ である複素数平面上の $\triangle ABC$ について考える。 $A(z_1)$, $B(z_2)$, $C(z_3)$ とするとき、 $\frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1}$ のとりうる値をすべて求めよ。
- (6) 微分可能な関数 $f(x)$ は、 $x = 0$ の近くで、 $f(x) \doteq f(0) + f'(0)x$ と近似できる。この近似式を用いて、 $4^{0.1}$ の近似値を小数第 4 位まで求めよ。ただし、 $\log_e 2 = 0.693$ とする。
- (7) 不等式 $|x^2 - 16| - 2|x - 4| \leq 7$ を満たす実数 x の範囲を求めよ。
- (8) 硬貨 4 枚を同時に投げる試行を 1200 回行った。表が 3 枚で、裏が 1 枚である回数を X とするとき、 $X < 270$ となる確率を、標準正規分布で近似する方法で求めよ。ただし、確率変数 Z が標準正規分布に従うとき、 $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.48$ とする。

[2] $f(x) = x^4 + 3ax^3 + 2a^2x^2 - 3x^2 - 7ax - 4$ について、 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ と定める。ただし、定数 a は実数である。以下の問いに答えよ。なお、解答に至るまでの導出過程も記述すること。

- (1) $g_1(x)$, $g_2(x)$ は x についての 2 次式であり、 a についての 1 次式である。
 $f(x) = g_1(x) \cdot g_2(x)$ が成り立ち、 $g_1(0) < g_2(0)$ であるとき、 $g_1(x)$, $g_2(x)$ を求めよ。
- (2) x についての 4 次方程式 $f(x) = 0$ の実数解の個数を調べよ。
- (3) x についての方程式 $f(x) = 0$ の実数解の個数が 3 個になる a ($a > 0$) について、関数 $y = f(x)$ の増減を調べよ。
- (4) x についての整式 $F(x)$ を、(1) で求めた整式 $g_1(x)$ で割ったときの余りを求めよ。
- (5) x についての方程式 $f(x) = 0$ の実数解の個数が 2 個になる a について、曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。