出題意図（一般選抜：数学）

福島県立医科大学保健科学部では、本学保健科学部アドミッションポリシーで示している「求める学生像」に合致し、専門医療技術者として必要な基礎学力を有する学生を求めています。そのため、入学後の修学において必要な数学の基礎学力を測るための試験を課しています。

令　和　7　年　度
保健科学部　一般選抜試験

数学解答用紙

(2 枚のうちの 1)

受験番号	

〔1〕　以下に答えだけを書け。

(1) ($z = \quad 2-5i$) ($w = \quad 1+12i$)

(2) ($x=0$ のとき最大値 $f(x)=8$) ($x=\pm\sqrt{3}$ のとき最小値 $f(x)=-3$)

(3) (17)

(4) ($\dfrac{5120}{19683}$)

(5) ($\dfrac{\pi}{6},\quad \dfrac{\pi}{2},\quad \dfrac{5}{6}\pi,\quad \dfrac{3}{2}\pi$)

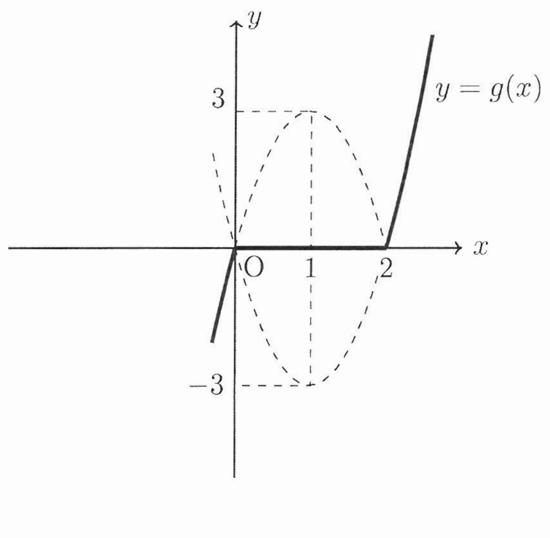
(6) ($\dfrac{2025}{4051}$)

(7) ($a = \quad \dfrac{9}{2}$) ($b = \quad 3$) ($c = \quad \dfrac{3}{2}$)

(8) ($y = ex$)

(9) ($\dfrac{1344}{65}$)

(10)



$$g(x) = \begin{cases} 3x(2-x) & (x<0 \text{ のとき}) \\ 0 & (0 \leqq x \leqq 2 \text{ のとき}) \\ 3x(x-2) & (x>2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

計	点

合計	点

令　和　7　年　度
保健科学部　一般選抜試験

数 学 解 答 用 紙

受験番号	

〔2〕 解答と解答に至るまでの導出過程を記述せよ。

(1) $f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - x + 1 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0,\ 1$

(2)
$$f'(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{1}{2}$$
$$f''(x) = \frac{-2x^2+2x+1}{(x^2-x+1)^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

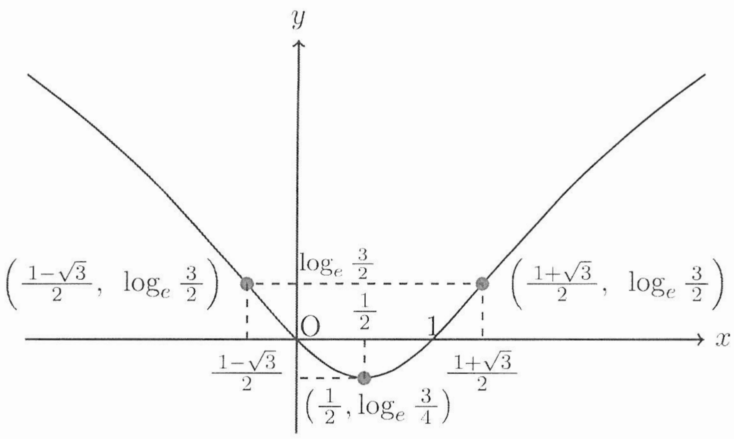
であるから，$f(x)$ の増減表は

x	$\cdots$	$\frac{1-\sqrt{3}}{2}$	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f''(x)$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	変曲点	↘	極小	↗	変曲点	↗

となり，　極小値　$f\left(\frac{1}{2}\right) = \log_e \frac{3}{4}$，

変曲点　$\left(\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2},\ \log_e \frac{3}{2}\right)$　がわかる．

グラフの概形は下記の通りになる。



$f(x) = \log_e\left(\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right)$ だから，

グラフは 直線 $x = \frac{1}{2}$ について線対称である。

(3) 部分積分法より，

$$\begin{aligned}
S &= -\int_0^1 \log_e(x^2-x+1)dx \\
&= -\int_0^1 (x)' \log_e(x^2-x+1)dx \\
&= -[x\log_e(x^2-x+1)]_0^1 + \int_0^1 x \cdot \frac{2x-1}{x^2-x+1}dx \\
&= \int_0^1 \left(2 + \frac{\frac{1}{2}(x^2-x+1)'}{x^2-x+1} - \frac{\frac{3}{2}}{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}\right)dx \\
&= 2 + \frac{1}{2}[\log_e(x^2-x+1)]_0^1 - \int_0^1 \frac{2}{\frac{4}{3}(x-\frac{1}{2})^2+1}dx
\end{aligned}$$

$\tan\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(x - \frac{1}{2}\right)$ による置換積分を考えると

$\frac{1}{\cos^2\theta}d\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}dx$，

x	0	$\to$	1
θ	$-\frac{\pi}{6}$	$\to$	$\frac{\pi}{6}$

であるから，

$$\begin{aligned}
S &= 2 - \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{2}{\tan^2\theta+1} \cdot \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos^2\theta}d\theta \\
&= 2 - \sqrt{3}\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} d\theta = 2 - \frac{\sqrt{3}}{3}\pi
\end{aligned}$$

計	点